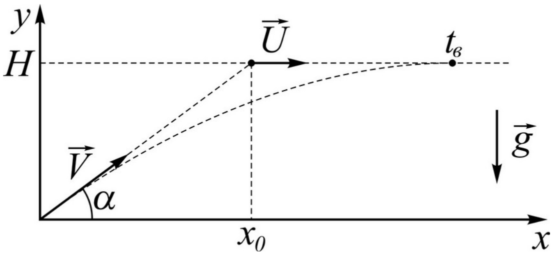
Возможные решения

1) Модель планера летит горизонтально с постоянной скоростью U_0. В нее бросают камень со скоростью V так, что в момент броска скорость камня направлена на плеер под углом α к горизонту. На какой высоте H летит планер, если камень попал в него?

Решение:



Выберем за начало отсчета первоначальное положения камня, ось ox направим горизонтально, а ось oy – вертикально вверх. Запишем уравнения движения планера в это системе координат

$$\begin{cases} x_1(t) = x_0 + U_0 t \\ y_1(t) = H \end{cases},$$

где $x_0 = \dfrac{H}{tg\alpha}$ – начальная координата планера вдоль оси ох.

Уравнения движения камня запишется в виде

$$\begin{cases} x_2(t) = V\cos\alpha t \\ y_2(t) = V\sin\alpha t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}.$$

Запишем условие встречи планера и камня

$$\begin{cases} x_1(t_в) = x_2(t_в) \\ y_1(t_в) = y_2(t_в) \end{cases}.$$

Откуда получим систему уравнений

$$\begin{cases} x_0 + U_0 t_в = V\cos\alpha t_в \\ H = V\sin\alpha t_в - \dfrac{gt_в^2}{2} \end{cases}.$$

Исключая время встречи из системы получим уравнение на высоту полета планера

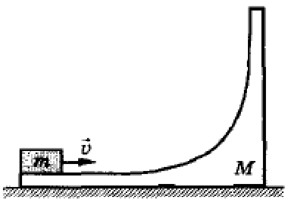
$$\frac{g}{2tg^2\alpha(V\cos\alpha - U_0)^2}H^2 - \frac{U_0}{V\cos\alpha - U_0}H = 0$$

Решая неполное квадратное уравнение получим:

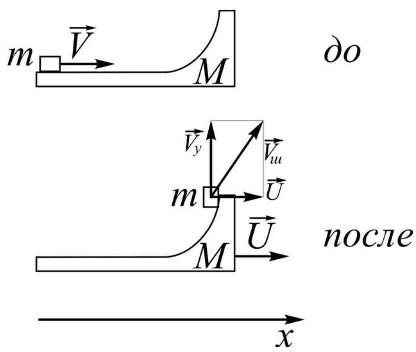
$H = 0$ – посторонний корень;

$H = \dfrac{2U_0 tg^2\alpha(V\cos\alpha - U_0)}{g}$ – высота полета планера.

2) На гладкой горизонтальной плоскости находится тело массой M и на нем небольшая шайба массой m (см. рис.). Шайбе сообщили в горизонтальном направлении скорость v. На какую высоту h (по сравнению с первоначальным уровнем) она поднимется после отрыва от тела M? Трением не учитывать.



Решение:

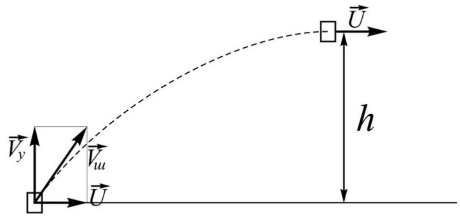


В момент отрыва шайбы от тела массой М, тело имеет скорость U, а шайба будет иметь как горизонтальную составляющую скорость U, так и вертикальную V_y. За время движения шайбы по телу потери энергии не происходит и сумма внешних сил вдоль ось ox равна 0. Тогда для этого случая выполняются закон сохранения энергии и закон сохранения импульса вдоль оси ox.

$$mV = (m+M)U$$

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{MU^2}{2} + \frac{m(U^2 + V_y^2)}{2}.$$

После отрыва от тела шайба будет лететь по параболе, а максимальная высота подъема будет связана с вертикальной составляющей скорости через закон сохранения механической энергии, так как потерь энергии не происходит



$$\frac{m\left(U^2+V_y^2\right)}{2}=mgh+\frac{mU^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{mV_y^2}{2}=mgh.$$

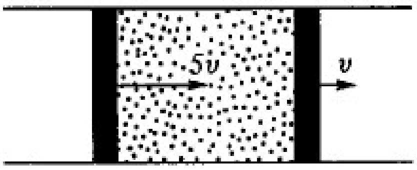
В результате получим систему

$$\begin{cases} mV=\left(m+M\right)U \\ \dfrac{mV^2}{2}=\dfrac{MU^2}{2}+\dfrac{m\left(U^2+V_y^2\right)}{2} \\ \dfrac{mV_y^2}{2}=mgh \end{cases}.$$

Откуда получим

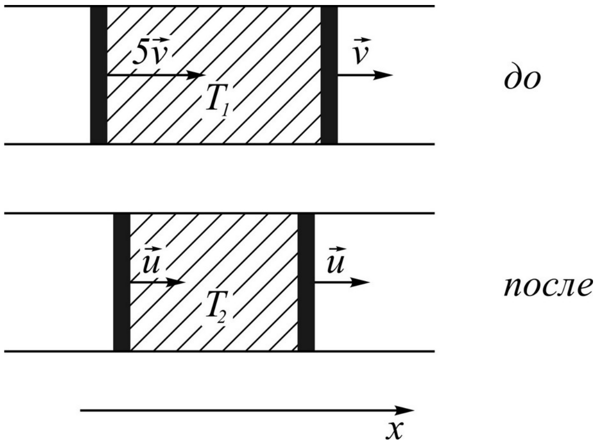
$$h=\frac{MV^2}{2g\left(M+m\right)}.$$

3) В закрепленной гладкой горизонтальной трубе между двумя поршнями массой *m* каждый находятся *ν* молей идеального одноатомного газа. Наружное давление на поршни пренебрежимо мало. В начальный момент температура газа равна T_0, а скорости поршней направлены в одну сторону и равны $5v$ и v (см. рис.). Полагая, что газ между поршнями все время остается равновесным, определите температуру газа, когда объем газа будет минимальный. Масса газа мала по сравнению с массой поршней. Теплопроводностью и теплоемкостью поршней и трубы можно пренебречь.



Решение:

Объем газа будет минимальный в тот момент времени, когда оба поршня будут двигаться с одинаковыми скоростями. Движения поршней идет без трения (нет потерь кинетической энергии) и сумма внешних сил равна нулю (выполняется закон сохранения импульса). С учетом малости массы газ получим два уравнения



$$\begin{cases} 5mv+mv=2mu \\ \dfrac{m\left(5v\right)^2}{2}+\dfrac{mv^2}{2}+U_1=\dfrac{2mu^2}{2}+U_2 \end{cases}.$$

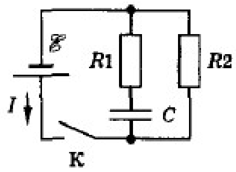
Из первого уравнения найдем $u=3v$, а внутренняя энергия равна $U=\frac{3}{2}\nu RT$. При подстановки во второе уравнение, получим

$$26mv^2+3\nu RT_0=18mv^2+3\nu RT_1.$$

Откуда температура газа в момент времени, когда объем газа будет минимальный, получится

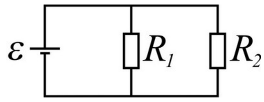
$$T_1=T_0+\frac{8mv^2}{3\nu R}.$$

4) В схему (см. рис.) включены источник тока с ЭДС *ε=100В*, сопротивления R_1*=10Ом*, R_2*=50Ом* и конденсатор емкостью $C=10^{-12}$*Ф*. Определить минимальное и максимальное значения силы тока в цепи после замыкания ключа К.



Решение:
В начальный момент конденсатор не заряжен, и при замыкании ключа ток будет течь через оба сопротивления. Ток через резистор R_1 будет идти на зарядку конденсатора. Заряд на конденсаторе будет расти, что приведет к увеличению напряжения на конденсаторе. Что будет приводить к уменьшению тока через резистор R_1. И при полной зарядке конденсатора ток уменьшиться до *0*. И с этого момента ток будет течь только через резистор R_2.

Максимальный ток в цепи будет в начальный момент времени и эквивалентная схема представлена на рисунке

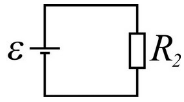


$$\varepsilon = I_{\max} R_{парал} = I_{\max} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Максимальная сила тока получилась равной

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon\left(R_1 + R_2\right)}{R_1 R_2} = 12A.$$

Минимальный ток будет в тот момент, когда конденсатор зарядится, эквивалентная схема представлена на рисунке



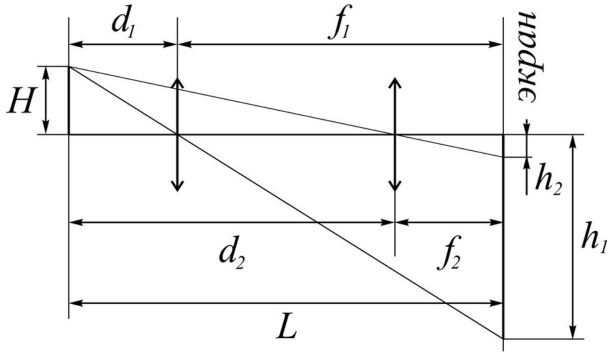
$$\varepsilon = I_{\min} R_2.$$

Минимальная сила тока равна

$$I_{\min} = \frac{\varepsilon}{R_2} = 2A.$$

5) Предмет находится на расстоянии $L=80см$ от экрана. Между предметом и экраном перемещают линзу, причем при одном положении линзы на экране получается четкое увеличенное изображение предмета, а при другом – четкое уменьшенное. Каково фокусное расстояние линзы, если размер увеличенного изображения *9см*, а уменьшенного – *1см*.

Решение:
Введем H – размер предмета. Тогда в первом случае получим увеличение $\Gamma_1 = \frac{h_1}{H} = \frac{f_1}{d_1}$, а для второго $\Gamma_2 = \frac{h_2}{H} = \frac{f_2}{d_2}$. Формула тонкой линзы для первого и второго случая дает выражения



$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \quad \text{и} \quad \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}.$$

И расстояние между предметом и экраном равны в обоих случаях

$$L = d_1 + f_1 = d_2 + f_2.$$

Эти два условия удовлетворяются, если $d_1 = f_2$ и $d_2 = f_1$. А увеличения связаны соотношением $\Gamma_1 = \frac{1}{\Gamma_2}$. Зная размеры изображений и увеличения, размер предмета будет равен $H = \frac{h_1}{\Gamma_1} = \frac{h_2}{\Gamma_2}$. Откуда увеличение в первом случае будет $\Gamma_1 = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = 3$. Фокусное расстояние линзы найдем из формулы тонкой линзы для первого случая

$$F = \frac{d_1 f_1}{d_1 + f_1} = \frac{\Gamma L}{\left(\Gamma + 1\right)^2} = 15см.$$