

Министерство цифрового развития УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Уральский математический центр
Олимпиада по математике, 2022 год 7 класс Вариант 1

1. Вычислить $\frac{5^6 \cdot 25}{125^3}$.
2. Решить уравнение $\frac{2}{x} = \frac{4}{3}$.
3. Произведение трех целых чисел равно (-5). Какой может быть сумма этих чисел?
4. Разрежьте нарисованный на клетчатой бумаге прямоугольник 5×4 на 9 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались ни сторонами, ни вершинами. (Все разрезы должны идти по сторонам клеток.)
5. У Маши, Ани и Веры вместе 111 рублей. Если Маша даст Ане 2 рубля, а Вера даст Маше 5 рублей, то у них станет денег поровну. Сколько денег было у Маши первоначально.
6. Представить число 2025 как сумму пяти натуральных чисел, в записи которых участвуют все десять цифр, в каждом из чисел цифры не повторяются, и в записи любых двух чисел нет одинаковых цифр.
7. Число 200 представили в виде суммы нескольких двузначных чисел, не делящихся на 10, и в каждом слагаемом поменяли цифры местами. Может ли сумма полученных чисел оказаться больше 800?
8. По окружности в произвольном порядке расставлены цифры от 1 до 9 (каждая цифра ровно один раз). Начиная с любой цифры, по часовой стрелке прочитываем 3 значное число. Чему может равняться сумма этих 9 чисел?

Министерство цифрового развития УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Уральский математический центр
Олимпиада по математике, 2022 год 7 класс Вариант 2

1. Вычислить $\frac{3^{10} \cdot 27}{81^3}$.
2. Решить уравнение $\frac{3}{x} = \frac{5}{4}$.
3. Произведение трех целых чисел равно (-7). Какой может быть сумма этих чисел?
4. Разрежьте нарисованный на клетчатой бумаге квадрат 4×4 на 9 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались ни сторонами, ни вершинами. (Все разрезы должны идти по сторонам клеток.)
5. У Маши, Ани и Веры вместе 123 рубля. Если Маша даст Ане 3 рубля, а Вера даст Маше 8 рублей, то у них станет денег поровну. Сколько денег было у Маши первоначально.
6. Представить число 2034 как сумму пяти натуральных чисел, в записи которых участвуют все десять цифр, в каждом из чисел цифры не повторяются, и в записи любых двух чисел нет одинаковых цифр .
7. Число 100 представили в виде суммы нескольких двузначных чисел, не делящихся на 10, и в каждом слагаемом поменяли местами цифры. Может ли сумма полученных таким образом чисел оказаться больше 400?
8. По окружности в произвольном порядке расставлены цифры от 2 до 9 (каждая цифра ровно один раз). Начиная с любой цифры, по часовой стрелке прочитываем 3 значное число. Чему может равняться сумма этих 8 чисел?

Министерство цифрового развития УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Уральский математический центр
Олимпиада по математике, 2022 год 8 класс Вариант 1

1. Вычислить $7\frac{6}{7} \cdot 4,2 + 2,5 \cdot 4\frac{4}{5}$.
2. Расставьте знаки модуля так, чтобы получилось верное равенство $3 - 4 - 7 - 10 - 14 = 16$
3. Даны сумма $60+80 = 140$. На сколько процентов надо увеличить второе слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 60%.
4. За круглым столом сидят 10 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Двое из них заявили: "Оба моих соседа – лжецы", а остальные восемь заявили: "Оба моих соседа – рыцари". Сколько рыцарей могло быть среди этих 10 человек? (Перечислите все варианты и докажите, что других нет.)
5. Можно ли число 20200 представить в виде суммы 99 натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр
6. Определить площадь равнобокой трапеции, высота которой 8 и диагонали трапеции взаимно перпендикулярны.
7. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Через вершины B и C провели перпендикулярные к AB и CD соответственно прямые, которые пересекаются в точке M . Докажите, что $AM = DM$.
8. Какое точное время показывают часы между 9.00 и 10.00 в то время как их минутные и часовые стрелки совпадут?
9. Сколько натуральных чисел от 1 до 300 имеют сумму цифр, делящуюся на 5?

Министерство цифрового развития УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Уральский математический центр
Олимпиада по математике, 2022 год 8 класс Вариант 2

1. Вычислить $9\frac{2}{7} \cdot 4,8 + 4,5 \cdot 2\frac{2}{3}$.
2. Расставьте знаки модуля так, чтобы получилось верное равенство $4 - 5 - 7 - 11 - 19 = 22$
3. Даны сумма $20+80 = 100$. На сколько процентов надо увеличить второе слагаемое, чтобы сумма увеличилась на 20%.
4. За круглым столом сидят 8 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. Двое из них заявили: "Оба моих соседа – лжецы" а остальные шестеро заявили: "Оба моих соседа – рыцари". Сколько рыцарей могло быть среди этих 8 человек? (Перечислите все варианты и докажите, что других нет.)
5. Можно ли число 20210 представить в виде суммы 96 натуральных чисел с одинаковыми суммами цифр
6. Определить площадь равнобокой трапеции, высота которой 10 и диагонали трапеции взаимно перпендикулярны.
7. В трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC . Через вершины B и C провели перпендикулярные к AB и CD соответственно прямые, которые пересекаются в точке M . Известно, что $AM = DM$, и $\angle BAD = 51^\circ$, а $\angle ADC = 64^\circ$. Найти чему равен угол AMD .
8. Какое точное время показывают часы между 18.00 и 19.00 в то время как их минутные и часовые стрелки совпадут?
9. Сколько натуральных чисел от 1 до 400 имеют сумму цифр, делящуюся на 5?

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 9 класс вариант 1

1. Вычислить $(1,5 + \frac{1}{4}) : \frac{63}{16} + 1\frac{5}{9}$.
2. Построить график функции $y = \frac{x^3 - 9x}{|x-3|}$.
3. Число x таково, что $2x - \frac{1}{x} = 5$. Чему равно число $16x^4 + \frac{1}{x^4}$?
4. Сумма двух чисел 2021. На сколько уменьшится произведение этих чисел, если каждое из них уменьшить на 2.
5. Первую треть пути мотоциклист проехал со скоростью 70км/час, оставшиеся две трети пути – со скоростью 105км/час. Найти среднюю скорость мотоциклиста на всем пути движения.
6. Петя выписал на доску все положительные числа, на которые делится некоторое натуральное число N . Оказалось, что сумма двух наибольших выписанных чисел равна 6663. Найдите все такие N .
7. В треугольник со сторонами 8, 10, 14 вписана окружность. Найти длины отрезков, на которые точки касания вписанной окружности делят стороны треугольника.
8. В треугольнике ABC , $AB = BC$. Точка M на стороне BC такова, что $BM : MC = 1 : 4$. В каком отношении высота BH делит отрезок AM ?
9. Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ с целыми p, q имеет два целых корня. Найти эти корни, если известно, что $p + q = 82$.
10. При каких a, b уравнение $(ax - by - 4)^2 + (6x - y - 4)^2 + 4x^2 + y^2 = 4xy$ имеет решение?

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 9 класс Вариант 2

1. Вычислить $\frac{1}{2} : 1,25 + 3\frac{3}{10} : 1\frac{4}{7}$.
2. Построить график функции $y = \frac{x^3 - 9x}{|x+3|}$.
3. Число x таково, что $3x - \frac{1}{x} = 3$. Чему равно число $81x^4 + \frac{1}{x^4}$?
4. Сумма двух чисел 2021. На сколько увеличится произведение этих чисел, если каждое из них увеличить на 2.
5. Первую четверть пути мотоциклист проехал со скоростью 50км/час, оставшиеся три четверти пути – со скоростью 100км/час. Найти среднюю скорость мотоциклиста на всем пути движения.
6. Петя выписал на доску все положительные числа, на которые делится некоторое натуральное число N . Оказалось, что сумма двух наибольших выписанных чисел равна 3333. Найдите все такие N .
7. В треугольник со сторонами 6, 10, 12 вписана окружность. Найти длины отрезков, на которые точки касания вписанной окружности делят стороны треугольника.
8. В треугольнике ABC , $AB = BC$. Точка M на стороне BC такова, что $BM : MC = 2 : 5$. В каком отношении высота BH делит отрезок AM ?
9. Квадратное уравнение $x^2 + px + q = 0$ с целыми p, q имеет два целых корня. Найти эти корни, если известно, что $p + q = 70$.
10. При каких a, b уравнение $(ax - 2by - 5)^2 + (7x - 2y - 12)^2 + x^2 + 4y^2 = 4xy$ имеет решение?

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 10 класс Вариант 1

1. Решить систему $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 5y = 8 \end{cases}$
2. Решить неравенство $\frac{25x-x^3}{5x^2+6x-11} \geq 0$.
3. Вычислить $(\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{5} + 1)(\sqrt[3]{25} - 1)(\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1)$.
4. У квадратного уравнения $2x^2 + 3bx + c = 0$ ровно один корень $x = -4$. Найти b .
5. Пароход проходит 24 км против течения реки на 2 часа дольше, чем тот же путь по течению. Сколько времени займет путешествие в оба конца, если скорость течения реки 1км/час?
6. Найти множество значений функции $y = (x - 2)|x - 4|$ на отрезке $[2, \frac{9}{2}]$.
7. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 72^\circ$, $\angle B = 78^\circ$, взята точка M так, что треугольник CMB равносторонний. Найти угол MAB .
8. Положительное число округлили до ближайшего целого и получили число, которое на 28% больше исходного. Чему могло равняться исходное число.
9. При каких a неравенство $x^4 - 2ax^2 + (a^2 - 4) \geq 0$ справедливо для всех x ?
10. Найти наименьший радиус круга, из которого можно вырезать треугольник с длинами сторон 4, 5, 7.
11. Решить уравнение $\frac{5+3x}{\sqrt{5-x^7}} = 4$.

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 10 класс Вариант 2

1. Решить систему $\begin{cases} 4x + 5y = 6 \\ 5x + 6y = 7 \end{cases}$
2. Решить неравенство $\frac{16x-x^3}{4x^2+7x-11} \geq 0$.
3. Вычислить $(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1)$.
4. У квадратного уравнения $3x^2 + 2bx + c = 0$ ровно один корень $x = -5$. Найти b .
5. Пароход проходит 112 км против течения реки на 1 час дольше, чем тот же путь по течению. Сколько времени займет путешествие в оба конца, если скорость течения реки 1км/час?
6. Найти множество значений функции $y = (x + 2)|x + 1|$ на отрезке $[-\frac{3}{2}, 4]$.
7. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 73^\circ$, $\angle B = 77^\circ$, взята точка M так, что треугольник CMB равносторонний. Найти угол MAC .
8. Положительное число округлили до ближайшего целого и получили число, которое на 28% меньше исходного. Чему могло равняться исходное число.
9. При каких a неравенство $x^4 - (2a + 1)x^2 + (2a^2 + a) \geq 0$ справедливо для всех x ?
10. Найти наименьший радиус круга, из которого можно вырезать треугольник с длинами сторон 5, 6, 10.
11. Решить уравнение $\frac{5-x}{\sqrt[3]{7+x^5}} = 2$.

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 10 класс Вариант 3

1. Решить систему
$$\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 7x + 9y = 8 \end{cases}$$
2. Решить неравенство $\frac{4x-x^3}{5x^2-6x+1} \geq 0$.
3. Вычислить $(\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{4} + 1)(\sqrt[3]{16} - 1)(\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1)$.
4. У квадратного уравнения $4x^2 + 3bx + c = 0$ ровно один корень $x = -2$. Найти b .
5. Пароход проходит 84 км против течения реки на 1 час дольше, чем тот же путь по течению. Сколько времени займет путешествие в оба конца, если скорость течения реки 1км/час?
6. Найти множество значений функции $y = (x - 3)|x - 1|$ на отрезке $[\frac{1}{2}, 4]$.
7. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 74^\circ$, $\angle B = 76^\circ$, взята точка M так, что треугольник CMB равносторонний. Найти угол MAC .
8. Положительное число округлили до ближайшего целого и получили число, которое на 36% меньше исходного. Чему могло равняться исходное число.
9. При каких a неравенство $x^4 - (4a - 1)x^2 + (3a^2 - a) \geq 0$ справедливо для всех x ?
10. Найти наименьший радиус круга, из которого можно вырезать треугольник с длинами сторон 4, 6, 9.
11. Решить уравнение $\frac{11+x}{\sqrt{10-x^7}} = 4$.

Министерство цифрового развития УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 10 класс Вариант 4

1. Решить систему
$$\begin{cases} 3x + 5y = 7 \\ 4x + 7y = 9 \end{cases}$$
2. Решить неравенство $\frac{9x-x^3}{-5x^2-6x+11} \geq 0$.
3. Вычислить $(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{9} - 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)$.
4. У квадратного уравнения $3x^2 - 5bx + c = 0$ ровно один корень $x = 4$. Найти b .
5. Пароход проходит 35 км против течения реки на 2 часа дольше, чем тот же путь по течению. Сколько времени займет путешествие в оба конца, если скорость течения реки 1км/час?
6. Найти множество значений функции $y = (x - 1)|x - 3|$ на отрезке $[2, \frac{7}{2}]$.
7. Внутри треугольника ABC , в котором $\angle C = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, взята точка M так, что треугольник CMB равносторонний. Найти угол MAB .
8. Положительное число округлили до ближайшего целого и получили число, которое на 36% больше исходного. Чему могло равняться исходное число.
9. При каких a неравенство $x^4 - (3a - 1)x^2 + (2a^2 - a) \geq 0$ справедливо для всех x ?
10. Найти наименьший радиус круга, из которого можно вырезать треугольник с длинами сторон 6, 7, 12.
11. Решить уравнение $\frac{7-x}{\sqrt{8+x^5}} = 2$.

Министерство цифрового развития УР,
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 11 класс Вариант 1

1. Решить неравенство $\frac{2}{x-2} > \frac{3}{x+2}$
2. Решить систему
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$$
3. Квадратное уравнение $2x^2 + bx + 3c = 0$ имеет единственный корень $x = -3$. Найти c .
4. Найти наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{22019 \cdot 22029 - 22016 \cdot 22032}$.
5. Раньше рис был на 21% дороже гречки. Затем рис подорожал на 50%, а гречка подорожала на 65%. На сколько процентов теперь рис дороже гречки?
6. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{7}{8} \cdot 2^{3x} - \frac{3}{128} \cdot 2^{7x}$.
7. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin\left(2\pi x + \frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
8. Решить неравенство $\log_3 x - 11 - 49 \cdot \log_{27x} 3 \leq 0$.
9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, S — вершина, сторона основания 4, боковое ребро 16. Найти угол между плоскостями ASB , BSC .
10. В треугольнике ABC длина стороны AC в три раза меньше длины стороны AB . В каком отношении биссектриса AK делит медиану CM , считая от вершины C .
11. При каких a уравнение $||x| - 3| - 1 = a$ имеет три различных корня?
12. В начале действий в коробке было 20 шаров трех цветов: белые, синие и красные. Если мы удвоим количество синих шаров, то вероятность вытащить белый шар станет на $\frac{1}{25}$ меньше, чем была изначально. Если мы уберем все белые шары, то вероятность вытащить синий шар станет на $\frac{1}{16}$ больше, чем вероятность вытащить синий шар в начале. Сколько белых шаров лежало в коробке?

Министерство цифрового развития УР,
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 11 класс Вариант 2

1. Решить неравенство $\frac{2}{x-3} > \frac{4}{x+2}$
2. Решить систему
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$$
3. Квадратное уравнение $3x^2 + bx + 4c = 0$ имеет единственный корень $x = -2$. Найти c .
4. Найти наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{22019 \cdot 22031 - 22017 \cdot 22033}$.
5. Раньше рис был на 20% дороже гречки. Затем рис подорожал на 55%, а гречка подорожала на 50%. На сколько процентов теперь рис дороже гречки?
6. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{5}{16} \cdot 2^{4x} - \frac{1}{8} \cdot 2^{5x}$.
7. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin\left(\pi x + \frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
8. Решить неравенство $\log_4 x + 4 \geq 9 \cdot \log_{\frac{x}{16}} 4$.
9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, S — вершина, сторона основания 6, боковое ребро 14. Найти угол между плоскостями ASB , BSC .
10. В треугольнике ABC длина стороны AC в три раза больше длины стороны AB . В каком отношении биссектриса AK делит медиану CM , считая от вершины C .
11. При каких a уравнение $||x| - 2| - 1 = a$ имеет два различных корня?
12. В начале действий в коробке было 30 шаров трех цветов: белые, синие и красные. Если мы удвоим количество синих шаров, то вероятность вытащить белый шар станет на $\frac{1}{36}$ меньше, чем была изначально. Если мы уберем все белые шары, то вероятность вытащить синий шар станет на $\frac{1}{25}$ больше, чем вероятность вытащить синий шар в начале. Сколько белых шаров лежало в коробке?

Министерство цифрового развития УР,
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 11 класс Вариант 3

1. Решить неравенство $\frac{4}{x} > \frac{5}{x+3}$
2. Решить систему $\begin{cases} 3x + 6y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$
3. Квадратное уравнение $4x^2 + bx + 3c = 0$ имеет единственный корень $x = -5$. Найти c .
4. Найти наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{22021 \cdot 22031 - 22018 \cdot 22034}$.
5. Раньше рис был на 16% дороже гречки. Затем рис подорожал на 35%, а гречка подорожала на 8%. На сколько процентов теперь рис дороже гречки?
6. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{7}{4} \cdot 2^{2x} - \frac{1}{64} \cdot 2^{7x}$.
7. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin\left(\pi x + \frac{8\pi}{5}\right) = -\frac{1}{2}$.
8. Решить неравенство $\log_5 x + 1 \geqslant 4 \cdot \log_{\frac{125}{x}} 5$.
9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, S — вершина, сторона основания 5, боковое ребро 12. Найти угол между плоскостями ASB , BSC .
10. В треугольнике ABC длина стороны AC в четыре раза больше длины стороны AB . В каком отношении биссектриса AK делит медиану CM , считая от вершины C .
11. При каких a уравнение $||x| - 3| - 2 = a$ имеет три различных корня?
12. В начале действий в коробке было 42 шара трех цветов: белые, синие и красные. Если мы удвоим количество синих шаров, то вероятность вытащить белый шар станет на $\frac{1}{49}$ меньше, чем была изначально. Если мы уберем все белые шары, то вероятность вытащить синий шар станет на $\frac{1}{36}$ больше, чем вероятность вытащить синий шар в начале. Сколько белых шаров лежало в коробке?

Министерство цифрового развития УР,
 Удмуртский государственный университет, ИМИТИФ
 Уральский математический центр
 Олимпиада по математике, 2022 год 11 класс Вариант 4

1. Решить неравенство $\frac{4}{x+1} > \frac{6}{x+2}$
2. Решить систему $\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x + 5y = 7 \end{cases}$
3. Квадратное уравнение $4x^2 + bx - 3c = 0$ имеет единственный корень $x = -7$. Найти c .
4. Найти наибольшее целое число, не превосходящее $\sqrt{22029 \cdot 22039 - 22026 \cdot 22042}$.
5. Раньше рис был на 24% дороже гречки. Затем рис подорожал на 50%, а гречка подорожала на 20%. На сколько процентов теперь рис дороже гречки?
6. Найти наибольшее значение функции $y = \frac{5}{8} \cdot 2^{3x} - \frac{3}{32} \cdot 2^{5x}$.
7. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin\left(2\pi x + \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
8. Решить неравенство $\log_{10} x - 5 - 9 \cdot \log_{10} x \leqslant 0$.
9. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, S — вершина, сторона основания 3, боковое ребро 10. Найти угол между плоскостями ASB , BSC .
10. В треугольнике ABC длина стороны AC в четыре раза меньше длины стороны AB . В каком отношении биссектриса AK делит медиану CM , считая от вершины C .
11. При каких a уравнение $||x| - 2| - 1 = a$ имеет три различных корня?
12. В начале действий в коробке было 56 шаров трех цветов: белые, синие и красные. Если мы удвоим количество синих шаров, то вероятность вытащить белый шар станет на $\frac{1}{64}$ меньше, чем была изначально. Если мы уберем все белые шары, то вероятность вытащить синий шар станет на $\frac{1}{49}$ больше, чем вероятность вытащить синий шар в начале. Сколько белых шаров лежало в коробке?