

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Олимпиада по математике, 2021 год 7 класс Вариант 1

1. Решить уравнение $\frac{2}{x} = \frac{3}{2}$.
2. Решить систему $\begin{cases} 4x - y = 12 \\ 4x + y = 20 \end{cases}$
3. Числитель и знаменатель дроби - положительные числа. Числитель увеличили на 5, а знаменатель — на 5000. Может ли полученная дробь оказаться больше исходной?
4. На дороге, соединяющей два аула, нет ровных участков. Автобус едет в гору всегда со скоростью 25 км/час, а под гору 50 км/час. Найти расстояние между аулами, если путь туда и путь обратно (по отдельности) без остановок занимает 6 часов.
5. Свежие грибы содержат по массе 80% воды, а сухие — 14%. Сколько получится сухих грибов из 38 кг свежих?
6. На прямой отметили несколько точек. После этого между каждыми двумя соседними точками поставили еще по точке. Аналогичную операцию проделали еще три раза. В результате на прямой оказалось ровно 65 точек. Сколько точек было на прямой первоначально?
7. Разность двух четырехзначных чисел равна 7. На сколько могут различаться суммы цифр этих чисел?
8. Будут ли равны треугольники по двум сторонам и углу?

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Олимпиада по математике, 2021 год 8 класс Вариант 1

1. Построить график функции $y = \frac{x}{|x|} + \frac{x-1}{|x-1|}$
2. Решить систему $\begin{cases} 2x + 2y = 7 \\ 5x + 5y = 11 \end{cases}$
3. Цена товара первоначально понизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 40% и, наконец, после пересчета произвели снижение на 50%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
4. В треугольнике ABC угол B равен 20° , угол C равен 40° . Биссектриса AD равна 2. Найти разность сторон BC и AD .
5. В строку выписано 5 последовательных натуральных чисел. Возможно ли такое, что сумма цифр первого числа 37, а сумма цифр пятого — 14?
6. Найти угол между часовой и минутной стрелками в 7 часов 38 минут.
7. Представить число 2021 в виде дроби, числитель которой является десятая степень какого либо натурального числа, а знаменатель — одиннадцатая степень какого либо натурального числа.
8. Петя написал несколько алгебраических выражений, возвёл каждое в квадрат и сложил результаты. Могло ли у него в итоге получиться $x^2 + y^2 + z^2 + 3y + 4x + xz + 1$?

Министерство информатизации и связи УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Олимпиада по математике, 2021 год 9 класс вариант 1

1. Построить график функции $y = \frac{|x^3 - x|}{x-1}$.

2. Вычислить $\frac{(2001 \cdot 2021 + 100)(1991 \cdot 2031 + 400)}{2011^3}$.

3. На столе лежало 120 карточек, у каждой из которых одна сторона черная, а вторая — белая. Первоначально все карточки лежали белой стороной вверх. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля — 70 карточек. В результате все 120 карточек оказались лежащими черной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

4. Для того, чтобы пройти 2 км. пешком, проехать 3 км. на велосипеде и 20 км – на машине, дяде Ване требуется 1 час 6 мин. А если потребуется пройти 5 км. пешком, проехать 8 км. на велосипеде и 30 км – на машине, ему понадобится 2 часа 24 мин. Сколько времени потребуется дяде Ване, чтобы пройти 4 км. пешком, проехать 5 км. на велосипеде и 80 км на машине?

5. Найти радиус окружности, описанной около трапеции, большее основание которой 4, а три остальные стороны имеют длину 2.

6. Высоты AD, BE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H . Окружность, описанная около треугольника ABH , пересекает стороны AC, BC в точках F, G соответственно. Найти FG , если $DE = 5$.

7. На доске выписано несколько последовательных натуральных чисел. Ровно 48% из них четные. Какое количество чисел написано на доске?

8. При каких a уравнение $\frac{(a+1)x^2+4x+6}{x+1} = 0$ имеет ровно один корень?

9. Дан многочлен $P(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$, такой что $P(120) = 1$, $P(121) = 2$, $P(122) = 3$. Вычислить $P(123)$.

Министерство информатизации и связи УР
 Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
 Олимпиада по математике, 2021 год 10 класс Вариант 1

1. Решить систему $\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 4x + 5y = 8 \end{cases}$

2. Решить неравенство $\frac{x^3 - 4x}{5x^2 + 6x - 11} \geq 0$.

3. Известно, что $x^3 + y^3 = 35$, $xy = 6$. Найти $x + y$. Ответ обосновать.

4. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 3x + \sin 7x = 0$.

5. Два предпринимателя разделили между собой прибыль. Первый подумал: если бы я взял на 50% больше, то доля второго уменьшилась бы на 80%. А как изменилась бы доля второго, если бы первый взял на 20% больше. Ответ обосновать.

6. В треугольнике ABC середины сторон AC, BC , вершина C и точка пересечения медиан лежат на одной окружности. Найти длину AB , если длина медианы CD равна 9.

7. Четырехугольник $PQRH$ описан около окружности с центром S , угол PSQ равен 75° . Найдите угол RSH .

8. Найти наибольшее натуральное число n такое, что число $\frac{300!}{7^n}$ целое. ($300! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \cdot 299 \cdot 300$)

9. Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равны $\cos 34^\circ$ и $\cos 56^\circ$. Вычислить значение $b^2 - a^2 - 2ac$.

10. При каких a уравнение $45 \frac{|x-6|}{x-6} = ax$ не имеет решений?

Министерство информатизации и связи УР,
Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ
Олимпиада по математике, 2021 год 11 класс Вариант 1

1. Решить неравенство $\frac{2}{x} > \frac{3x}{x+2}$
2. Решить систему
$$\begin{cases} 3x + 4y = 5 \\ 4x - 5y = 7 \end{cases}$$
3. Упростить $\sqrt{\frac{7+\sqrt{33}}{2}} + \sqrt{\frac{7-\sqrt{33}}{2}}$
4. Фирма производит некоторые изделия, причем 10% составляет брак. При контроле обнаруживают 80% бракованных изделий и они не поступают потребителю. Какова вероятность того, что после прохождения контроля случайно отобранные изделие будет бракованым?
5. Решить уравнение $4\sin^2 x + 11\sin 2x = 5\cos 2x + 3$
6. Решить неравенство $\frac{1}{\log_3(x+3)} + 1 \leq \frac{\log_3(x^2+4x+5)}{\log_3(x+3)}$
7. Стоимость одного часа эксплуатации теплохода, плывущего со скоростью v км/час, составляет $72 + 18v + \frac{v^2}{2}$ условных единиц. С какой скоростью должен плыть теплоход, чтобы стоимость поездки протяженностью 320 км была наименьшей?
8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = AD = 8$, $AA_1 = 6$ через BD проведена плоскость, параллельная AC_1 . Найти расстояние от точки C до данной плоскости.
9. В остроугольном равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведен диаметр AD описанной окружности, который пересекает сторону BC в точке E . Найти боковую сторону треугольника ABC , если $AE = 25$, $ED = 7$.
10. Если разделить 2040 на 119, то в частном получится 17, и в остатке тоже 17. Существуют ли еще натуральные числа, при делении на которые числа 2040 частное и остаток совпадут?
11. Найти хотя бы одну дробь $\frac{p}{q}$ такую, что $\frac{1}{2013} < \frac{p}{q} < \frac{1}{2012}$, где p, q — натуральные числа.
12. При каких a уравнение $\sin 2x + \frac{a}{\sin x} = 0$ имеет решение?