

Вариант 1.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in R^n.$$

2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.

3. Решить уравнение $\dot{x} + 4x = \sin 2t$.

4. Плотность распределения случайной величины ξ задана выражением $\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ ax^2 & \text{при } -1 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$

Найдите параметр a ; Найдите $P\{\xi \in (-2, 4)\}$

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x \sin 3x} - \sqrt{\cos 3x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$.

6. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

7. При каких a, b многочлен $x^6 + ax^4 + bx^2 + 1$ делится на многочлен $x^2 - x + 1$

Вариант 2.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

2. Аппроксимация функций алгебраическими многочленами. Задача интерполирования. Метод наименьших квадратов.

3. Найти фундаментальную матрицу системы $\begin{cases} \dot{x} = 2y \\ \dot{y} = -x \end{cases}$

4. Известно, что студент подготовил ответы не на все 20 вопросов, выносимых на зачет. Сколько вопросов он выучил, если известно, что вероятность того, что он сможет ответить на оба случайно выбранных два вопроса не меньше $\frac{5}{6}$.

5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3 \sin 2x} - 1}{e^{3x^4} - 1}$.

6. Решить систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_4 = 2 \end{cases}$

7. Решить уравнение $z^5 = -\sqrt{3} - i$

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.

2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.

3. При каких значениях параметров a, b нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = ay + \sin x - 2x \\ \dot{y} = bx + \sin 3y + e^{x-2y} - 1 \end{cases}$ асимптотически устойчиво

4. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^4 x}$.

5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{3x-1}{2x+1}\right)^n$.

6. Найти собственные значения и все соответствующие собственные векторы линейного оператора, матрица которого в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

7. Решить уравнение в комплексных числах $z^5 = -1 - i$.

Вариант 4.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. При каких значениях параметров a, b нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = y + \sin x - 2x \\ \dot{y} = ax + by + \ln(1 + x + y) \end{cases}$ асимптотически устойчиво
4. С точностью до 10^{-4} вычислить $\sqrt[3]{126}$.
5. Вычислить криволинейный интеграл по замкнутой кривой L , пробегаемой так, что область, ограниченная данной кривой остается слева $\int_L (2xy - y)dx + x^2 dy$, где L — квадрат с вершинами $(1; 1), (1; -1), (-1; -1), (-1; 1)$.
6. Найти собственные числа и собственные вектора матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$
7. При каких a, b многочлен $ax^{n+1} + bx^n + 1$ делится на $(x + 1)^2$

Вариант 5.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .
3. При каких значениях параметров a, b нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = ay + \cos x - 1 + \sin x \\ \dot{y} = bx + \sin 3y + e^{x+y} - 1 \end{cases}$ асимптотически устойчиво
4. Из урны, содержащей 8 белых и 7 черных шаров случайным образом вынимается 3 шара. Случайная величина X — число вынутых белых шаров. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln(e - x))^{ctgx}$.
6. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2x-1)^n} \frac{n}{n+1}$.
7. Найти фундаментальную систему решений системы $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 11x_3 - 13x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 7x_3 - 2x_4 = 0 \\ 13x_1 - 25x_2 + x_3 + 11x_4 = 0 \end{cases}$

Вариант 6.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $te^t \cdot \cos 3t$.
4. Из урны, содержащей 6 белых и 5 черных шаров случайным образом вынимается 3 шара. Случайная величина X — число вынутых черных шаров. Найти математическое ожидание случайной величины X .
5. Исследовать на экстремум функцию $u(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$.
6. Решить уравнение в комплексных числах $z^5 = -32i$.
7. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{vmatrix}$

Вариант 7.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
3. При каких значениях параметров a нулевое решение системы
$$\begin{cases} \dot{x} = 2e^{-x} - \sqrt{4+ay} \\ \dot{y} = \ln(1+x+ay) + \sin(x+2y) + \arcsin x \end{cases}$$
 асимптотически устойчиво
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln^n x}{3^{2n(n+1)}}$.
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cos x - \sin^3 x}{1 - \sqrt{1+x^3}}$
6. Вычислить $(-1 - i\sqrt{3})^{2018}$
7. Написать матрицу оператора дифференцирования многочленов степени не выше 2 в базисе $1, x - 1, x^2 - 1$.

Вариант 8.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Ляпунова об устойчивости
2. Предел числовой последовательности, его основные свойства. Предел последовательности в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Сходимость в пространстве \mathbf{R}^n .
3. Исследуйте на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы:
$$\begin{cases} \dot{x} = 7x - 2 \sin y, \\ \dot{y} = e^x - 3y - 1 + \arcsin x - \arcsin y. \end{cases}$$
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n \cdot 10^{n-1}} \cdot (x-2)^n$.
5. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = x^2 + y^2$, цилиндром $y = x^2$ и плоскостями $y = 1, z = 0$.
6. Составить систему линейных уравнений 2×4 решением которой являются векторы подпространства $L = \langle (1, 2, 3, 4), (1, 1, 1, 1) \rangle$
7. Найти все комплексные корни уравнения $(z-1)^6 = (z+1)^6$.

Вариант 9.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^t \sin 2t$.
4. Вычислите интеграл $\oint_{\Gamma} \frac{dx-dy}{x+y}$, где Γ — граница квадрата с вершинами $(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)$.
5. Вероятности поразить цель одним выстрелом для каждого из трех стрелков равны соответственно 0,2; 0,4; 0,6. После одновременного выстрела всех трех стрелков оказалось, что цель поражена одной пулей. Какова вероятность того, что это пуля первого стрелка?
6. Докажите, что многочлен $x^n - 1$ не имеет кратных корней.
7. Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 10.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Ляпунова об устойчивости.
2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).
3. При каких a нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = ax - y + \sin x + \ln(1 - 2y) \\ \dot{y} = \sqrt{1 + 2x - 4y} - 1 \end{cases}$ является асимптотически устойчивым?
4. Подобрать параметры a и b так, чтобы функция $f(x) = \begin{cases} a + bx^2, & |x| < 1 \\ 1/|x|, & |x| \geq 1 \end{cases}$ была дифференцируема всюду.
5. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$.
6. Найти множество точек на комплексной плоскости, которые удовлетворяют равенству $\arg(z \cdot (2i + 2)) = \frac{\pi}{4}$.
7. Определить количество вещественных корней многочлена $x^3 - 3x^2 - x - 1$

Вариант 11.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Производная функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические функции.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 8x^2 + 3} - \sqrt{x^4 + x^2})$
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^n$
5. Функция распределения случайной величины ξ имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0, 25x^2, & x \in [0, 2] \\ 1 & x > 2 \end{cases}$ Найти функцию распределения случайной величины $X = 2\xi + 1$.
6. Решить уравнение $\ddot{x} + 4x = \cos t \cos 3t$.
7. Найти проекцию точки $A(5, 6, 2)$ на прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$.

Вариант 12.

1. Интеграл функции комплексного переменного. Теорема Коши. Формула Коши.
2. Необходимое условие Эйлера слабого локального минимума в простейшей задаче вариационного исчисления.
3. Исследовать на сходимость $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + \operatorname{arctg} x}$.
4. Вычислить $\iint_G (x+y) dx dy$, $G = \{x^2 + y^2 \leq 4, y \geq x\}$
5. Определить путь пройденный телом за время t , если его скорость в момент t пропорциональна пройденному пути и если тело проходит 200 метров за 10 секунд, а 300 метров за 25 секунд.
6. Найти размерность пространства решений системы уравнений и его фундаментальную систему
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 - x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$
7. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $A(3, -1)$ и образующих с прямой $2x + 3y - 1 = 0$ угол 45° .

Вариант 13.

1. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.
2. Характеристический многочлен и характеристическое уравнение линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы,
3. Разложить функцию $(x+1)\cos^2 x$ в ряд Маклорена и найти радиус сходимости полученного ряда.
4. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x}$
5. Выделить на плоскости x, y области, в которых через каждую точку проходит единственное решение уравнения $(x-2)y' = \sqrt{y} - x$.
6. Решить уравнение в комплексных числах $z^2 = \frac{1+i}{1-i}$.
7. При каких p, q, r многочлен $px^4 + qx^2 + rx + 1$ делится на $(x-1)^3$?

Вариант 14.

1. Интеграл Лебега. Определение и основные свойства. Сравнение с интегралом Римана.
2. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 8x$, $x^2 = 8y$.
4. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n$.
5. Выделить в плоскости x, y области, в которых через каждую точку проходит единственное решение уравнения $y' = 2 + \sqrt[3]{y} - 2x$
6. Вычислить $\sqrt[3]{\frac{1+i}{\sqrt{3+i}}}$.
7. При каких значениях параметра λ вектор $b = (1, 3, 5)$ принадлежит подпространству, порожденному векторами $a_1 = (3, 2, 5)$, $a_2 = (5, 6, \lambda)$.

Вариант 1.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Принцип сжимающих отображений. (Теорема о неподвижной точке.) Примеры применения.
3. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = x^2 + y^2$ и плоскостями $z = 0, y = 1, y = 2x$ и $y = 6 - x$.
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+1}}{n^2 + 4} \cdot (2x - 1)^n$.
5. Сформулируйте на языке $\varepsilon - \delta$ утверждение: функция $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ не является равномерно непрерывной на (a, b) , и запишите его с помощью символов \exists, \forall .
6. Найти собственные значения и собственные векторы оператора дифференцирования в пространстве многочленов, степени не большей двух с естественными коэффициентами, в базисе $1, x, x^2$.
7. Составить уравнение плоскости, параллельной оси Oy и проходящей через линию пересечения плоскостей $5x - 2y + 2 = 0$ и $x + z = -3$.

Вариант 2.

1. Корни n -ой степени из комплексного числа z из 1. Группа корней n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1. Круговые многочлены порядка n , их определение и построение в частных случаях.
2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.
3. Вычислить $\sin 3^0$ с точностью до 10^{-3} .
4. Проверить, является ли точка $(0; 1; 2)$ решением задачи линейного программирования

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 2x_3 &\rightarrow \min \\ \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

5. Решить уравнение $\ddot{x} + 2x = 2tgt$.
6. Напишите уравнение касательной и нормали к кривой $x^4 + y^4 = 2$ в точке $M(1; -1)$.
7. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 6 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Вариант 3.

1. Векторное пространство и его свойства. Линейная комбинация и линейная оболочка векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).
3. Сформулируйте на языке $\varepsilon - \delta$ отрицание того, что функция $f(\cdot)$, определенная в левой окрестности точки x_0 , является бесконечно большой при $x \rightarrow x_0 - 0$, и запишите его с помощью символов \exists, \forall .
4. Подобрать параметры a и b так, чтобы функция $f(x) = ax + bx^2$, $|x| < 1$ и $f(x) = 2/|x|$, $|x| \geq 1$ была дифференцируема всюду.
5. Решить задачу Коши $\begin{cases} \dot{x} = -x + y - 4 \cos t \\ \dot{y} = x - y \end{cases} \quad x(0) = 0, y(0) = 1$
6. Найти все комплексные числа, сопряженные своему квадрату.
7. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 4.

1. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.
2. Случайная величина. Распределение. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания в интервал при одном испытании.
3. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x^2}{1+x^3} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
4. Из двух орудий дан залп из двух выстрелов (из каждого орудия) по мишени. Найти математическое ожидание числа попаданий в мишень, если известно, что вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым — 0,7.
5. Решить уравнение $y'' = yy'$.
6. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
7. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(-2; 0)$, $B(-1; -4)$, $C(3; -2)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .

Вариант 5.

1. Матрицы. Их виды и операции над матрицами. Понятие перестановки и четности перестановки. Определитель матрицы и его свойства.
2. Линейные операторы в нормированных пространствах. Норма линейного оператора.
3. Вычислить $\int_0^e (x \ln x)^2 dx$.
4. В партии из 12 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Найти математическое ожидание числа стандартных деталей среди отобранных.
5. Решить задачу Коши: $\begin{cases} \dot{x} = x + y - \cos t, \\ \dot{y} = -y - 2x + \cos t + \sin t, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -2.$
6. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$.
7. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(-1; 2)$, $B(3; 2)$, $C(-1; 4)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .

Вариант 6.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.
3. Имеются две урны: в первой 5 белых и 4 черных шаров, во второй 7 белых и 6 черных шаров. Из первой урны во вторую перекладывается один шар. После этого из второй урны берут один шар. Найти вероятность того, что он будет черным.
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n \cdot 2^n}$.
5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений: $\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = -\sin x \end{cases}$.
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $(1, -1, 2)$ параллельно прямым $x = -y = 2z$ и $2x = z$.
7. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

Вариант 7.

1. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис и его свойства.
2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2\sin 3x} - \sqrt{1-4\sin 5x}}{\sin 6x}$.
4. Исследовать на сходимость интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.
5. Исследовать на устойчивость все положения равновесия системы уравнений: $\begin{cases} \dot{x} = 1 - x - y + xy \\ \dot{y} = xy - 2. \end{cases}$
6. Найдите расстояние точки $A = (1, -1, 2)$ до прямой $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$
7. Разложить на линейные множители многочлен $f(x) = x^4 + 1$.

Вариант 8.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 + y^2 = 2$, $y^2 = 2x - 1$, $x \geq \frac{1}{2}$.
4. Из урны, в которой было 4 белых шара и 2 черных, потеряли один шар. Из урны наудачу были вынуты два шара. Найти вероятность того, что был потерян белый шар, если известно, что вынутые шары оказались белыми.
5. Решить задачу Коши $\begin{cases} \dot{x} = z - y \\ \dot{y} = z \\ \dot{z} = z - x \\ x(0) = 1, y(0) = 0, z(0) = 0 \end{cases}$
6. Решить уравнение $(1-i)\bar{z} - 3iz = z - i$.
7. Решите систему уравнений (найдите общее и частное решения) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ -2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$

Вариант 9.

1. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{arctg} x} \right)^{1/x^2}$.
4. Из урны, в которой было 3 белых шара и 3 черных, потеряли один шар. Из урны наудачу были вынуты два шара. Найти вероятность того, что был потерян белый шар, если известно, что вынутые шары оказались белыми.
5. Решить задачу Коши $\begin{cases} \dot{x} = x + z - 2y \\ \dot{y} = y - z \\ \dot{z} = y + z \\ x(0) = 1, y(0) = 1, z(0) = 0 \end{cases}$
6. Разложить на неприводимые множители над \mathbb{R} $x^6 - 27$.
7. Составить уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1; 5)$ и равноудаленных от точек $B(3; 7)$ и $C(1; -1)$.

Вариант 10.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .

3. Дифференцируема ли в точке $x = 0$ функция $y = \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{tg} x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

4. Вычислить $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}} dx$.

5. Решить задачу Коши $t - \frac{x}{\dot{x}} = \frac{2}{x}$, $x(1) = 2$.

6. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

7. Вычислить $(1+i)^{100} + (1-i)^{100}$.

Вариант 11.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n (1-x)^n$.

4. Плотность распределения случайной величины ξ имеет вид $p(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^4}, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$ Найти математическое ожидание случайной величины ξ .

5. Решить задачу Коши $\dot{x} - x = tx^2$, $x(0) = 1$.

6. Вычислить $(\sqrt{3} + i)^{100} + (\sqrt{3} - i)^{100}$.

7. Через точку $(1, -2, 2)$ провести прямую параллельную прямой $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$.

Вариант 12.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in R^n.$$

2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 6^n \left(\frac{x}{1+2x}\right)^n$

4. Исследовать функцию на экстремум $u(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$

5. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами минимального порядка, частным решением которого является функция $e^{2t} \sin^2 4t$

6. Составить уравнение касательных к эллипсу $\frac{x^2}{30} + \frac{y^2}{24} = 1$, параллельных прямой $2x - y = 1$.

7. Найти частное и фундаментальную систему решений $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 2 \end{cases}$

Вариант 1.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы Ляпунова об устойчивости.
2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x^2 - x^3}{e^{x^6} - 1}$.
4. Найти общее решение уравнения $x^{(4)} + \ddot{x} = 2t^2 - 1 + e^t$.
5. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x-1)^2$, $y^2 = x-1$.
7. Разложить вектор $x = (-2; 4; 7)$ по векторам $a = (0; 1; 2)$, $b = (1; 0; -1)$, $c = (-1, 2; 4)$.

Вариант 2.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x^2)+2x^2}{x^3}$.
4. Найти общее решение уравнения $x^{(4)} - 4\ddot{x} = 3t^2 - 5 + e^{-t}$.
5. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^n$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2 \sqrt{16-x^2}$, $y = 0$, $(0 \leq x \leq 4)$.
7. Разложить вектор $x = (3; -3; 4)$ по векторам $a = (1; 0; -2)$, $b = (0; -1; 1)$, $c = (2, -1; 4)$.

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x^2 - x}{2x^4}$.
4. Найти общее решение уравнения $x^{(4)} + 9\ddot{x} = 15t^2 + 7 + e^{-2t}$.
5. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{2x-1}{x+2} \right)^n$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = 4 - (y - 1)^2$, $x = y^2 - 4y + 3$.
7. Разложить вектор $x = (11; 5; -3)$ по векторам $a = (-1; 0; 2)$, $b = (-1; 0; 1)$, $c = (2, 5; -3)$.

Вариант 4.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.
3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-4x} + \sqrt[3]{1+8x} - 2}{x^2}$.
4. Найти общее решение уравнения $x^{(4)} - 9\ddot{x} = 2 \sin 2t + e^{2t}$.
5. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \left(\frac{x-1}{2x-1} \right)^n$.
6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = (y - 2)^2$, $x = 4y - 8$.
7. Разложить вектор $x = (6; 12; -1)$ по векторам $a = (1; 3; 0)$, $b = (-2; -1; 1)$, $c = (0, -1; 2)$.