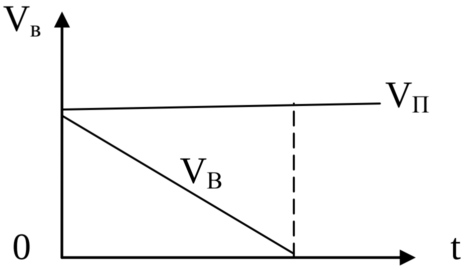
Олимпиада по физике 2017 года

Задачи и решения

1. **От движущегося поезда отцепляют последний вагон, при этом скорость поезда не изменяется. Сравните пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки вагона. Ускорение вагона считайте постоянным.**

Решение:

Проще всего решать графически. На одной координатной плоскости построим графики зависимостей скоростей вагона ($V_в$) и поезда ($V_п$) от времени, выбрав начало отсчета времени в момент отрыва вагона.



Площадь под каждым графиком - это путь, пройденный соответствующим телом. Очевидно, что к моменту остановки вагона, поезд пройдет в два раза больший путь.

2. **Мяч брошен с поверхности земли под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Пролетев по горизонтали расстояние $l_1 = 6$ м, он абсолютно упруго ударяется о вертикальную стенку и падает на расстоянии $l_2 = 10$ м от нее. Найти начальную скорость мяча.**

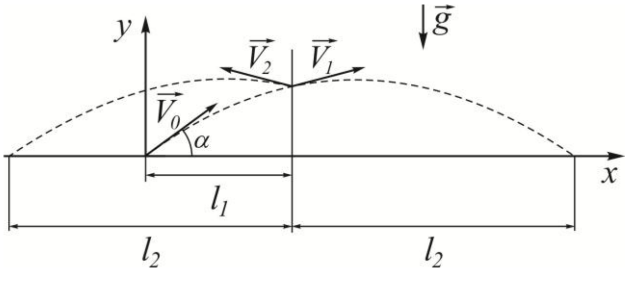
$\alpha = 30°$

$l_1 = 6$ м

$l_2 = 10$ м

V_0

Решение:



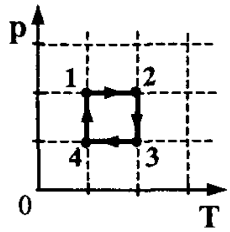
При ударе мяча о стенку, вектор скорости мяча $\vec{V_1}$. После абсолютно упругого удара вектор скорости меняет свое направление на зеркальное $\vec{V_2}$, а траектория движения мяча после отскока от стенки и продолжение траектории за стенкой симметричны.

Дальность полета мяча, равная $L = l_1 + l_2$:

$$\frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} = L$$

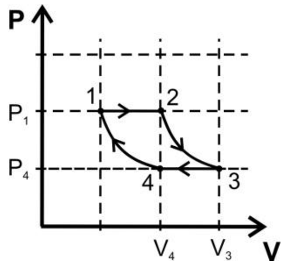
$$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{g(l_1 + l_2)}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10(6+10)}{\sin 60°}} \approx 13{,}6 \text{ м/с}$$

3. На pT-диаграмме показан цикл тепловой машины, у которой рабочим телом является идеальный газ. Найдите модуль отношения работ газа A_{1-2}/A_{3-4}на участках 1-2 и 3-4.



Решение:

Предлагаем два варианта решения этой задачи.



Вариант 1:

Построим диаграмму процесса в координатах p-V. Цикл состоит из двух изобар и двух изотерм.

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$pV = \nu RT.$$

Поскольку $P_1 = P_2$ *и* $P_3 = P_4$ *(изобары), то* $\Delta V_{1-2} = \nu \cdot R \cdot (T_2 - T_1)/P_1$ *и* $\Delta V_{3-4} = \nu \cdot R \cdot (T_4 - T_3)/P_3$.

Работа $\Delta A_{1-2} = P_1 \cdot \Delta V_{1-2}$, *а работа* $\Delta A_{3-4} = P_1 \cdot \Delta V_{1-2}$. *Тогда отношение*

$$\frac{\Delta A_{1-2}}{\Delta A_{3-4}} = \frac{\mathrm{P_1 \cdot \Delta V_{1-2}}}{\mathrm{P_3 \cdot \Delta V_{3-4}}} = \frac{\mathrm{P_1 \cdot \Delta V_{1-2}}}{\mathrm{P_3 \cdot \Delta V_{3-4}}} = \frac{\mathrm{P_1 \cdot \nu \cdot R \cdot \Delta T_{1-2}}}{\mathrm{P_3 \cdot \nu \cdot R \cdot \Delta T_{3-4}}} = \frac{\mathrm{P_1 \cdot \Delta T_{1-2} \cdot P_3}}{\mathrm{P_3 \cdot \Delta T_{3-4} \cdot P_1}} = \frac{\mathrm{\Delta T_{1-2}}}{\mathrm{\Delta T_{3-4}}}$$

так как $|\Delta T_{1-2}| = |\Delta T_{3-4}|$, *то*

$$\frac{\Delta A_{1-2}}{\Delta A_{3-4}} = 1$$

Ответ: $\frac{\Delta A_{1-2}}{\Delta A_{3-4}} = 1.$

Вариант 2:

При постоянном P из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что

$$\Delta A = P \cdot \Delta V = \nu \cdot R \cdot \Delta T$$

где ν - количество молей газа.

Поскольку $\Delta T_{1-2} = \Delta T_{3-4}$, то

$$\frac{\Delta A_{1-2}}{\Delta A_{3-4}} = \frac{\nu \cdot R \cdot \Delta T_{1-2}}{\nu \cdot R \cdot \Delta T_{3-4}} = 1$$

Ответ: $\frac{\Delta A_{1-2}}{\Delta A_{3-4}} = 1.$

4. **Конденсаторы, электрическая емкость которых 2 мкФ и 10 мкФ, заряжают до напряжения 5 В каждый, а затем «плюс» одного из них подключают к «минусу» другого и соединяют свободные выводы резистором. Какое количество теплоты выделится в резисторе?**

Решение:

При соединении различными полюсами, мы получаем незамкнутую цепь - конденсаторы не разряжаются. Их энергия равна сумме энергий отдельных конденсаторов:

$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} + \frac{C_2 U^2}{2}.$

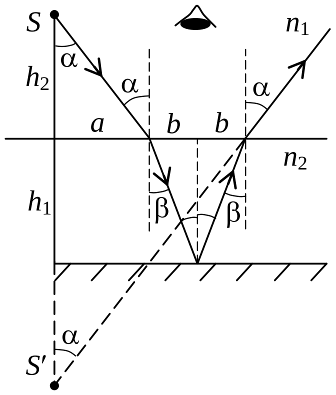
После замыкания через резистор остававшихся свободными выводов, суммарный заряд соединенных теперь обкладок $q_2 - q_1 = (C_2 - C_1)U$, согласно закону сохранения заряда, меняться не должен. Следовательно, после разрядки получается батарея из двух соединенных параллельно конденсаторов с общим зарядом $q_2 - q_1$ и емкостью $C_2 + C_1$, энергия которой

$W_2 = \frac{(q_2 - q_1)^2}{2(C_2 + C_1)}.$

При этом выделяется тепло $Q = W_1 - W_2 = 83$ мкДж.

5. На дне стеклянной ванны лежит зеркало, поверх которого налит слой воды высотой 20 см. В воздухе, на высоте 30 см над поверхностью воды, висит лампа. На каком расстоянии от поверхности воды смотрящий в воду наблюдатель будет видеть изображение лампы в зеркале? Показатель преломления воды 1,33.

Дано:	**Решение:**
h_1 = 20 см = 0,2 см h_2 = 30 см = 0,3 см n_1 = 1 n_2 = 1,33	
h = ?	



Выполним рисунок. Здесь S` - мнимое изображение. Запишем закон преломления.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{n_2}{n_1}.$$

Из рисунка видно, что

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{a}{h_2} \qquad (1)$$

$$\mathrm{tg}\beta=\frac{b}{h_1} \qquad (2)$$

Кроме того

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{a+2b}{h}. \qquad (3)$$

Для малых углов α и β выполняется соотношение

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\approx\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mathrm{tg}\beta}. \qquad (4)$$

Решая совместно уравнения (1), (2), (3) и (4) имеем:

$$a=\frac{bh_2n_2}{h_1n_1};\quad b=\frac{ah_1n_1}{n_2h_2},\quad \frac{a}{h_2}=\frac{a+2b}{h}=\frac{a+2\frac{ah_1n_1}{n_2h_2}}{h}=\frac{1+2\frac{h_1n_1}{n_2h_2}}{h}.$$

Из полученного выражения найдем расстояние от поверхности воды до изображения лампы в зеркале.

$$h=h_2\left(1+\frac{2h_1n_1}{n_2h_2}\right)=0{,}3\cdot\left(1+\frac{2\cdot0{,}2\cdot1}{1{,}33\cdot0{,}3}\right)=0{,}6\,(\text{м}).$$

Ответ: h = 0,6 м