

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 1

1. Решить неравенство $\frac{x^2-2x-3}{x^3+4x^2} \leq 0$.
2. Имеется 27 кг 30% раствора соли. Отлили 11 кг раствора и добавили 4 кг воды. Найти концентрацию соли в новом растворе.
3. Тетя Груша продает кабачки: 3 кабачка за 5 тугриков, 4 кабачка за 6 тугриков, 5 кабачков за 7 тугриков. Ни в каком другом количестве тетя Груша кабачки не продает. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 тугриков. Сколько всего продаж совершила вчера тетя Груша?
4. В магазин привезли на равную сумму конфеты по цене 100 и 400 рублей за кг. По какой цене надо продавать килограмм смеси этих конфет, чтобы сохранить такую же выручку?
5. Решить уравнение $\cos \frac{x}{3} - \cos \frac{x}{6} + 1 = 0$.
6. Решить неравенство $\log_{0,7} \log_2 \frac{x}{x+3} > 0$.
7. На доске написано больше 40, но меньше 50 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно 7, среднее арифметическое положительных чисел равно 15, а среднее арифметическое всех отрицательных чисел равно (-5). Сколько чисел написано на доске?
8. Стороны треугольника 10, 13, 13. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностями.
9. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямая призма. $ABCD$ — ромб со стороной 6 и острым углом A в 60° , $AA_1 = 8$. Найти расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.
10. При каких a уравнение $(a+2) \sin x + \sqrt{2a+5} \cos x = a+3$ имеет решение?
11. Какое наименьшее количество целых чисел от 1000 до 1500 нужно отметить, чтобы любое число x от 1000 до 1500 отличалось от одного из отмеченных не более, чем на 10% от числа x ?

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 2

1. Решить неравенство $\frac{x^2-5x-6}{x^3-4x^2} \leq 0$.
2. Имеется 19 кг 40% раствора соли. Отлили 13 кг раствора и добавили 4 кг воды. Найти концентрацию соли в новом растворе.
3. Тетя Груша продает кабачки: 3 кабачка за 4 тугриков, 4 кабачка за 5 тугриков, 5 кабачков за 6 тугриков. Ни в каком другом количестве тетя Груша кабачки не продает. Вчера она продала 120 кабачков и выручила за них 170 тугриков. Сколько всего продаж совершила вчера тетя Груша?
4. В магазин привезли на равную сумму конфеты по цене 80 и 120 рублей за кг. По какой цене надо продавать килограмм смеси этих конфет, чтобы сохранить такую же выручку?
5. Решить уравнение $\cos \frac{x}{4} + 3 \sin \frac{x}{8} - 2 = 0$.
6. Решить неравенство $\log_{0,5} \log_8 \frac{x^2-2x}{x-3} > 0$.
7. На доске написано больше 64, но меньше 80 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно 11, среднее арифметическое положительных чисел равно 16, а среднее арифметическое всех отрицательных чисел равно (-8). Сколько чисел написано на доске?
8. Стороны треугольника 6, 5, 5. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностями.
9. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямая призма. $ABCD$ — ромб со стороной 8 и острым углом A в 60° , $AA_1 = 6$. Найти расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.
10. При каких a уравнение $(a+1) \sin x + \sqrt{4a+8} \cos x = a+3$ имеет решение?
11. Какое наименьшее количество целых чисел от 1200 до 1800 нужно отметить, чтобы любое число x от 1200 до 1800 отличалось от одного из отмеченных не более, чем на 10% от числа x ?

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 3

1. Решить неравенство $\frac{x^2-x-3}{x^3-5x^2} \geq 0$.
2. Имеется 18 кг 25% раствора соли. Отлили 6 кг раствора и добавили 8 кг воды. Найти концентрацию соли в новом растворе.
3. Тетя Груша продает кабачки: 3 кабачка за 7 тугриков, 4 кабачка за 8 тугриков, 5 кабачков за 9 тугриков. Ни в каком другом количестве тетя Груша кабачки не продает. Вчера она продала 108 кабачков и выручила за них 168 тугриков. Сколько всего продаж совершила вчера тетя Груша?
4. В магазин привезли на равную сумму конфеты по цене 60 и 240 рублей за кг. По какой цене надо продавать килограмм смеси этих конфет, чтобы сохранить такую же выручку?
5. Решить уравнение $\cos \frac{x}{2} = 5 \sin \frac{x}{4} + 3$.
6. Решить неравенство $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} > 0$.
7. На доске написано больше 36, но меньше 48 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно (-5), среднее арифметическое положительных чисел равно 6, а среднее арифметическое всех отрицательных чисел равно (-12). Сколько чисел написано на доске?
8. Стороны треугольника 24, 13, 13. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностями.
9. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямая призма. $ABCD$ — ромб со стороной 12 и острым углом A в 60° , $AA_1 = 8$. Найти расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.
10. При каких a уравнение $(a-4) \sin x + \sqrt{16a} \cos x = a+4$ имеет решение?
11. Какое наименьшее количество целых чисел от 1500 до 6000 нужно отметить, чтобы любое число x от 1500 до 6000 отличалось от одного из отмеченных не более, чем на 20% от числа x ?

Министерство информатизации и связи УР
Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 4

1. Решить неравенство $\frac{2x^2-3x-5}{x^3-9x} \leq 0$.
2. Имеется 23 кг 30% раствора соли. Отлили 12 кг раствора и добавили 9 кг воды. Найти концентрацию соли в новом растворе.
3. Тетя Груша продает кабачки: 4 кабачка за 6 тугриков, 5 кабачков за 7 тугриков, 6 кабачков за 8 тугриков. Ни в каком другом количестве тетя Груша кабачки не продает. Вчера она продала 120 кабачков и выручила за них 196 тугриков. Сколько всего продаж совершила вчера тетя Груша?
4. В магазин привезли на равную сумму конфеты по цене 50 и 350 рублей за кг. По какой цене надо продавать килограмм смеси этих конфет, чтобы сохранить такую же выручку?
5. Решить уравнение $2 \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{4} + 1 = 0$.
6. Решить неравенство $\log_{0,3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} > 0$.
7. На доске написано больше 42, но меньше 56 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно 4, среднее арифметическое положительных чисел равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных чисел равно (-7). Сколько чисел написано на доске?
8. Стороны треугольника 10, 10, 12. Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностями.
9. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямая призма. $ABCD$ — ромб со стороной 5 и острым углом A в 60° , $AA_1 = 8$. Найти расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.
10. При каких a уравнение $(a-2) \sin x + \sqrt{8a} \cos x = a+2$ имеет решение?
11. Какое наименьшее количество целых чисел от 2000 до 8000 нужно отметить, чтобы любое число x от 2000 до 8000 отличалось от одного из отмеченных не более, чем на 20% от числа x ?