Задача 1.

Тело свободно падает с высоты h = 100 м.

а) За какое время тело пройдет последний метр своего пути?

б) Какой путь пройдет тело за последнюю секунду своего движения?

Решение:

а) Обозначим:

h = 100 м – высота падения;

t – время падения с высоты h;

t_1 – время, за которое тело пройдет расстояние (h-1) м.

Тогда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h-1)}{g}}.$$

Время, за которое тело пройдет последний метр пути, будет равно

$$\Delta t = t - t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-1)}{g}} = \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot \left(\sqrt{h} - \sqrt{(h-1)}\right) = \sqrt{\frac{2}{9.8}} \cdot \left(\sqrt{100} - \sqrt{99}\right) = 0.452 \cdot (10 - 9.950) = 0.0227$$

б) Обозначим:

h = 100 м – высота падения;

t – время падения с высоты h;

h_1 – расстояние, которое тело пройдет за время падения, равное (t-1) с.

Тогда

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

$$h1 = \frac{g}{2} \cdot (t-1)^2 = \frac{g}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - 1\right)^2$$

Расстояние, которое тело пройдет за последнюю секунду падения, будет равно

$$\Delta h = h - h1 = h - \frac{g}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - 1\right)^2 = 100 - \frac{9.8}{2} \cdot \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 100}{9.8}} - 1\right)^2 =$$

$$= 100 - 4.9 \cdot \left(\sqrt{20.41} - 1\right)^2 = 100 - 60.6 = 39.4\ \text{м}$$

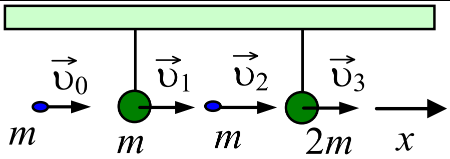
Ответ:

а) $\Delta t = 0{,}0227$ с;

б) $\Delta h = 39{,}4$ м

Задача 2.

Пуля массы 10 г, летевшая с начальной скоростью 400м/с, пробивает один подвешенный груз массы 10 г и застревает во втором подвешенном грузе той же массы. Пренебрегая временем взаимодействия пули с грузом и потерей энергии пули в пространстве между грузами, найдите количество теплоты, выделившееся в первом грузе, если во втором выделилось 100 Дж.

Дано:	**Решение:**
$m_1=m_2=m_3=0{,}01$кг υ_0 = 400 м/с Q_2=100 Дж	 1) Запишем закон сохранения импульса для пули и первого груза: $m\vec{\upsilon}_0 = m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2$ - в векторной форме.
Q_1=?	

И в скалярной форме: $m\upsilon_0=m\upsilon_1+m\upsilon_2$или$\upsilon_0=\upsilon_1+\upsilon_2$тогда $\upsilon_1=\upsilon_0-\upsilon_2$.

Закон сохранения энергии для первого случая:

$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m\upsilon_2^2}{2} + Q_1,$$

гдеQ_1 - количество теплоты, выделившееся в первом грузе. Сделаем некоторые математические преобразования и выразим количество теплотыQ_1.

$$m\upsilon_0^2 = m\upsilon_1^2 + m\upsilon_2^2 + 2Q_1,$$

$$m\upsilon_0^2 = m(\upsilon_0 - \upsilon_2)^2 + m\upsilon_2^2 + 2Q_1$$

$$m\upsilon_0^2 = m\upsilon_0^2 - 2m\upsilon_0\upsilon_2 + m\upsilon_2^2 + m\upsilon_2^2 + 2Q_1.$$

$$2Q_1 = 2m\upsilon_2(\upsilon_0 - \upsilon_2),\ Q_1 = m\upsilon_2(\upsilon_0 - \upsilon_2), \quad (1)$$

т.е. для нахождения Q_1 необходимо знать скорость пули υ_2 после прохождения второго шара.

2) Чтобы найти скорость υ_2 запишем законы сохранения импульса и энергии для пули и второго груза: 1) закон сохранения импульса с учетом

направления скоростей $m\upsilon_2=2m\upsilon_3$ или $\upsilon_3=\upsilon_2/2$; 2) закон сохранения энергии с учетом выделившейся теплоты Q_2: $\frac{m\upsilon_2^2}{2}=\frac{2m\upsilon_3^2}{2}+Q_2$

$$m\upsilon_2^2-2m\upsilon_3^2=2Q_2$$

$$m\upsilon_2^2-2m\cdot\frac{\upsilon_2^2}{4}=2Q_2$$

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2}=2Q_2,\ \upsilon_2=\sqrt{\frac{4Q_2}{m}}.\quad(2)$$

Подставив выражение (2) для скорости υ_2 в формулу (1) найдем количество теплоты, выделившееся в первом грузе Q_1

$$Q_1=m\sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\left(\upsilon_0-\sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\right)=2\sqrt{mQ_2}\left(\upsilon_0-\sqrt{\frac{4Q_2}{m}}\right),$$

$$Q_1=2\sqrt{0,01\cdot100}\left(400-2\sqrt{\frac{100}{0,01}}\right)=2(400-200)=400\ (\text{Дж}).$$

Ответ: Q_1 = 400 Дж

Задача 3.

Четырёхокись азота может диссоциировать с образованием двуокиси азота: $N_2O_4 \leftrightarrow 2NO_2$. В откачанный сосуд объёмом $250\ см^3$ вводится $0{,}9$ г жидкого N_2O_4. Когда жидкость испаряется (при 0^0C), давление становится равным $760\ мм.рт.ст.$ Сколько процентов четырёхокиси азота при этом диссоциирует?

Дано

$V = 25 \cdot 10^{-5}\ м^3$

$m = 9 \cdot 10^{-3}\ кг$

$T = 273\ K$

$p = 760\ мм.рт.ст. \approx 10^5\ Па$

α

Решение

При диссоциации четырёхокиси азота в двуокись, из каждого моля четырёхокиси образуются 2 моля двуокиси азота. Тогда количество вещества газа будет определяться по выражению

$\nu_2 = \nu_1 - \nu_{рас} + \nu_{NO_2}$,

где ν_1 - количество вещества четырёхокиси азота в жидком состоянии, $\nu_{рас} = \alpha \nu_1$ - количество вещества четырёхокиси азота, распавшееся в результате диссоциации, $\nu_{NO_2} = 2\nu_{рас} = 2\alpha\nu_1$ - количество вещества двухокиси азота, образовавшееся в результате диссоциации. Количество вещества газа в сосуде

$$\nu_2 = \nu_1 - \nu_{рас} + \nu_{NO_2} = \nu_1 - \alpha\nu_1 + 2\alpha\nu_1 = \nu_1 + \alpha\nu_1 = \nu_1(1+\alpha).$$

Найдем количество вещества для жидкой четырёхокиси азота

$$\nu_1 = \frac{m}{M_1},$$

где $M_1 = 2M(N) + 4M(O) = 2 \cdot 14 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 92 \cdot 10^{-3}\ кг/моль$ молярная масса четырёхокиси азота.

Количество вещества газа найдем из уравнения состояния идеального газа

$$pV = \nu_2 RT,$$

откуда получим

$$\nu_2 = \frac{pV}{RT}.$$

Степень диссоциации найдем из выражения

$$\nu_2 = \nu_1(1+\alpha),$$

Запишем количества вещества для жидкого состояния и газообразного и получим

$$\frac{pV}{RT} = \frac{m}{M_1}(1+\alpha),$$

откуда найдем степень диссоциации

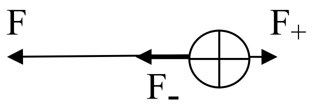
$$\alpha = \frac{pV}{RT}\frac{M_1}{m} - 1 = \frac{10^5 \cdot 25 \cdot 10^{-5}}{8{,}31 \cdot 273}\frac{92 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^{-4}} - 1 \approx 0{,}126 = 12{,}6\%.$$

Задача 4.
Два одинаковых металлических шарика заряжены разноименно одинаковыми зарядами. Как и почему изменится сила, действующая на положительно заряженный шарик, если между шариками поместить стержень из диэлектрика?

Решение:

В поле заряженных шариков имеющиеся в стержне заряды перераспределятся – левый конец стержня окажется заряжен положительно, а правый отрицательно. Это явление (перераспределения зарядов в веществе, внесенном в поле) носит общее название электростатической индукции, применительно к диэлектрикам принято говорить об их поляризации.

В результате перераспределения зарядов, на положительно заряженный шарик, помимо силы его взаимодействия с шариком, заряженным отрицательно (F), будут действовать две дополнительные силы F_+ (сила, действующая на положительно заряженный шарик со стороны положительного наведенного заряда) и F_- (сила, действующая на положительно заряженный шарик со стороны отрицательного наведенного заряда).

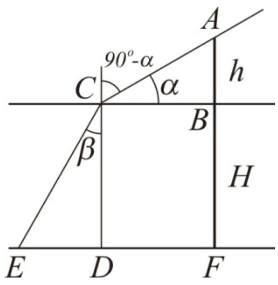


По модулю наведенные заряды равны, ведь, в целом, стержень остался электронейтральным, но положительный наведенный заряд располагается от рассматриваемого шарика дальше, чем отрицательный наведенный заряд, следовательно, $F_+ < F_-$, и результирующая сила, действующая на положительно заряженный шарик (впрочем, как и на заряженный отрицательно), после внесения в поле стержня из диэлектрика возрастет.

Задача 5.

Столб вбит в дно реки так, что часть столба высотой h = 1 м возвышается над водой. Найти длину тени столба на поверхности воды и на дне реки, если высота Солнца над горизонтом α = 30°, а глубина реки H = 2 м.

Дано	Решение
$h = 1\ м$ $H = 2\ м$ $\alpha = 30^\circ$	Изобразим ход луча падающего от солнца и проходящего у самого края столба. Тень на воде будет равна BC, которую можно найти из ΔABC, через определение тангенса угла α
F	



$$tg\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{h}{BC} \Rightarrow BC = \frac{h}{tg\alpha} = \frac{1}{tg30^\circ} \approx 1{,}73\ м.$$

Тень на поверхности дна будет равна $EF = ED + DF$. По рисунку видно, что $DF = BC = \frac{h}{tg\alpha} \approx 1{,}73\ м$. Из треугольника ΔCDE выразим сторону ED

$$tg\beta = \frac{ED}{DC} = \frac{ED}{H} \Rightarrow ED = Htg\beta.$$

Угол β можно связать с α используя закон преломления

$$sin\left(90^\circ - \alpha\right) = n\,sin\,\beta$$

$$sin\,\beta = \frac{sin\left(90^\circ - \alpha\right)}{n} = \frac{cos\,\alpha}{n}$$

Тангенс β выразим через синус

$$tg\beta = \frac{sin\,\beta}{\sqrt{1 - sin^2\beta}} = \frac{\frac{cos\,\alpha}{n}}{\sqrt{1 - \frac{cos^2\alpha}{n^2}}} = \frac{cos\,\alpha}{\sqrt{n^2 - cos^2\alpha}}.$$

Значение ED будет равно

$$ED = Htg\beta = H\frac{cos\,\alpha}{\sqrt{n^2 - cos^2\alpha}}.$$

Длина тени на поверхности дна равна

$$EF = ED + DF = H\frac{cos\,\alpha}{\sqrt{n^2 - cos^2\alpha}} + \frac{h}{tg\alpha} = 2\frac{cos\,30^\circ}{\sqrt{1{,}3^2 - cos^2 30^\circ}} + \frac{1}{tg30^\circ} \approx 3{,}52\ м$$