

Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 1

1. Смешали 7 кг 20% и 18 кг 30% растворов соли. Найти концентрацию смеси.
2. Вычислить значение выражения $3x^2 - 4x + \frac{4}{3}$ при $x = \frac{2-\sqrt{3}}{3}$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2+2x-3}{x^3-4x} \geq 0$.
4. Найти наименьшее значение функции $y = x - 5\sqrt{x} + 3$.
5. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 2x = \sin 4x$.
6. Решить уравнение $\log_2(5x^2) + \log_x(\sqrt{5}x) = 0$.
7. В равнобедренную трапецию $ABCD$, $AD \parallel BC$ вписана окружность с центром в точке O . Найти радиус окружности, если $OA = 6$, $OB = 8$.
8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб с ребром 8. Найти расстояние между прямыми BC и AC_1 .
9. При каких a уравнение $(x^4 - (2a + 1)x^2 + a^2 + a)\sqrt{6-x} = 0$ имеет ровно три различных корня.
10. Может ли дискриминант квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ с целыми коэффициентами a, b, c равняться 51?

Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 2

1. Смешали 2 кг 25% и 23 кг 35% растворов соли. Найти концентрацию смеси.
2. Вычислить значение выражения $5x^2 - 4x + \frac{6}{5}$ при $x = \frac{2+\sqrt{3}}{5}$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2-5x-6}{x^3-25x} \geq 0$.
4. Найти наибольшее значение функции $y = -x + 8\sqrt{x} + 3$.
5. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\cos 3x = \sin 6x$.
6. Решить уравнение $\log_2(7x^2) + \log_x(\sqrt{7}x) = 0$.
7. В равнобедренную трапецию $ABCD$, $AD \parallel BC$ вписана окружность с центром в точке O . Найти радиус окружности равен, если $AB = 13$, $OB = 5$.
8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб с ребром 6. Найти расстояние между прямыми AB и $B_1 D$.
9. При каких a уравнение $(x^4 - (2a - 1)x^2 + a^2 - a)\sqrt{3-x} = 0$ имеет ровно три различных корня.
10. Может ли дискриминант квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ с целыми коэффициентами a, b, c равняться 125?

Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 3

1. Смешали 6 кг 25% и 19 кг 40% растворов соли. Найти концентрацию смеси.
2. Вычислить значение выражения $7x^2 - 2x + \frac{3}{7}$ при $x = \frac{1-2\sqrt{3}}{7}$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2+4x-5}{x^3-2x^2} \geq 0$.
4. Найти наименьшее значение функции $y = x - 8\sqrt{x} + 35$.
5. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\cos 2x = \sin 4x$.
6. Решить уравнение $\log_2(11x^2) + \log_x(\sqrt{11}x) = 0$.
7. В равнобедренную трапецию $ABCD$, $AD \parallel BC$ вписана окружность с центром в точке O . Найти радиус окружности, если $OA = 12$, $OB = 5$.
8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб с ребром 8. Найти расстояние между прямыми DC и BD_1 .
9. При каких a уравнение $(x^4 - (3a + 1)x^2 + 2a^2 + a)\sqrt{5-x} = 0$ имеет ровно три различных корня.
10. Может ли дискриминант квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ с целыми коэффициентами a, b, c равняться 82?

Удмуртский государственный университет
Олимпиада по математике, 2019 год, Вариант 4

1. Смешали 4 кг 25% и 21 кг 40% растворов соли. Найти концентрацию смеси.
2. Вычислить значение выражения $9x^2 - 2x - \frac{2}{9}$ при $x = \frac{1+2\sqrt{3}}{9}$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2+6x-7}{x^3+3x^2} \geq 0$.
4. Найти наибольшее значение функции $y = -x + 7\sqrt{x} + 35$.
5. Найти наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 3x = \sin 6x$.
6. Решить уравнение $\log_2(6x^2) + \log_x(\sqrt{6}x) = 0$.
7. В равнобедренную трапецию $ABCD$, $AD \parallel BC$ вписана окружность с центром в точке O . Найти радиус окружности, если $AB = 10$, $OB = 6$.
8. $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — куб с ребром 8. Найти расстояние между прямыми AD и BD_1 .
9. При каких a уравнение $(x^4 - (3a - 1)x^2 + 2a^2 - a)\sqrt{4-x} = 0$ имеет ровно три различных корня.
10. Может ли дискриминант квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ с целыми коэффициентами a, b, c равняться 103?