

Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ  
Олимпиада по математике, 2016 год Вариант 1

1. Решить неравенство  $\frac{(x-3)^2(x^2-4x)}{(x+3)^3} \geq 0$ .
2. Перекупщик купил колбасу с истекшим сроком реализации со скидкой 80% от номинальной цены и продал ее, получив прибыль в размере 70%. С какой скидкой от номинальной цены была продана колбаса?
3. Числа  $x, y$  таковы, что  $\frac{x-3y}{y-3x} = 4$ . Найти значение выражения  $\frac{13x+2y}{13x-2y}$ .
4. Найти наибольший корень уравнения  $\cos \frac{35\pi}{x} = \frac{1}{2}$ .
5. На графике функции  $y = \frac{x+2}{x+4}$  найти точки, в которых касательная к графику параллельна прямой  $y = 8x + 16$ .
6. Решить неравенство  $\frac{\log_{3x} 9 - 1}{\log_x 3x - 2} \leq \frac{2}{3}$ .
7. В треугольнике  $ABC$ ,  $AB = BC$ . Точка  $M$  лежит на  $BC$ , причем  $BM : MC = 3 : 4$ . В каком отношении отрезок  $AM$  делит высоту  $BH$ ?
8.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб с ребром 12. Точка  $M$  лежит на ребре  $AA_1$ ,  $AM = 4$ . Найти угол между плоскостями  $MD_1 B$  и  $ABCD$ .
9. При всех значениях параметра  $a$  решить неравенство  $(a-2)x + a > 2\left(\frac{a}{2}\right)^{1-2x}$ .

Удмуртский государственный университет, ИМИТиФ  
Олимпиада по математике, 2016 год Вариант 2

1. Решить неравенство  $\frac{(x-4)^3(x^2+4x)}{(x-5)^2} \geq 0$ .
2. Перекупщик купил колбасу с истекшим сроком реализации со скидкой 60% от номинальной цены и продал ее, получив прибыль в размере 60%. С какой скидкой от номинальной цены была продана колбаса?
3. Числа  $x, y$  таковы, что  $\frac{3y-x}{3x-y} = 2$ . Найти значение выражения  $\frac{7x+5y}{7x-y}$ .
4. Найти наибольший корень уравнения  $\sin \frac{37\pi}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
5. На графике функции  $y = \frac{x-3}{x+1}$  найти точки, в которых касательная к графику параллельна прямой  $y = 4x - 32$ .
6. Решить неравенство  $\frac{\log_{3x} 27 - 1}{\log_x 9x - 2} \leq \frac{1}{2}$ .
7. В треугольнике  $ABC$ ,  $AB = BC$ . Точка  $M$  лежит на  $BC$ , причем  $BM : MC = 2 : 5$ . В каком отношении отрезок  $AM$  делит высоту  $BH$ ?
8.  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб с ребром 16. Точка  $M$  лежит на ребре  $AA_1$ ,  $AM = 4$ . Найти угол между плоскостями  $MD_1 B$  и  $ABCD$ .
9. При всех значениях параметра  $a$  решить неравенство  $(1-a)x + a < a^{2x+1}$ .