ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 1.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n–ой степени из комплексного числа.

2. Принцип сжимающих отображений. (Теорема о неподвижной точке.) Примеры применения.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(1;-1;2)$, $A_2(3;-1;-4)$, $A_3(2;1;-3)$, $A_4(2;0;6)$.

4. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -\dfrac{3}{2}x + \dfrac{1}{2}\sin 2y - x^3 y, \\ \dot{y} = -y - 2x + x^4 - y^7 + \sin(x-y). \end{cases}$$

5. Проверить, является ли точка $(0;0;1;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = -1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3 \sin \frac{1}{x^2}}{\operatorname{tg} x^2}$.

7. Функция распределения случайной величины ξ задана выражением $\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant 0, \\ Cx^2 & \text{при } 0 < x \leqslant 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$

Найдите параметр C; Найти $P\{\xi \in (1,4)\}$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 2.

1. Корни n–ой степени из комплексного числа z из 1. Группа корней n–ой степени из 1. Первообразные корни n–ой степени из 1. Круговые многочлены порядка n, их определение и построение в частных случаях.

2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;3;4)$, $A_2(5;0;-4)$, $A_3(-6;2;1)$, $A_4(2;0;3)$.

4. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + x^2 \sin y, \\ \dot{y} = -x - 4y + 1 - \cos y^2 + \ln(1 + 3x - y). \end{cases}$$

5. Проверить, является ли точка $(0;0;2;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 7 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Найти предел $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1 + x\sin 2x} - \sqrt{\cos 2x}}{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$.

7. Из урны, содержащей 3 белых и 6 черных шаров случайным образом вынимается 4 шара. Случайная величина X — число вынутых белых шаров. Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 3.

1. Векторное пространство и его свойства. Линейная комбинация и линейная оболочка векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.

2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;6;8)$, $A_2(-1;3;2)$, $A_3(0;1;4)$, $A_4(-1;2;6)$.

4. Исследуйте на устойчивость нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = x^2 + y^2 - 2x + y\cos x, \\ \dot{y} = 3x^2 - x + 3y + \arcsin 3x - \arcsin y. \end{cases}$

5. Проверить, является ли точка $(1;1;0;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Исследовать на непрерывность и построить график функции $y = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^n}{1+x^n}$.

7. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{2x}{2-x}\right)^n$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 4.

1. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.

2. Случайная величина. Распределение. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания в интервал при одном испытании.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;2;3)$, $A_2(1;-3;1)$, $A_3(0;1;2)$, $A_4(-1;2;3)$.

4. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы $\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - y\cos 3x - \cos x + \arcsin y, \\ \dot{y} = \sqrt{4+8x} - 2e^y + \arcsin x. \end{cases}$

5. Проверить, является ли точка $(1;0;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Пусть $f(x) = \operatorname{sgn} x$, $g(x) = x+1$. Составить сложные функции $y = f(g(x))$ и $y = g(f(x))$, исследовать их на непрерывность и изобразить их графики. Здесь $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, x \leq 0 \\ 0, x = 0 \\ 1, x > 0 \end{cases}$.

7. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+xsinx}-1}{e^{x^2}-1}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 5.

1. Матрицы. Их виды и операции над матрицами. Понятие перестановки и четности перестановки. Определитель матрицы и его свойства.
2. Линейные операторы в нормированных пространствах. Норма линейного оператора.
3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;2;-3)$, $A_2(1;-2;-3)$, $A_3(2;0;1)$, $A_4(-1;3;5)$.
4. Для системы $\begin{cases}\dot{x} = (x-1)(y-2), \\ \dot{y} = xy - 2\end{cases}$ найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость.
5. Проверить, является ли точка $(2;0;0;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 - x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^4 cos2x + sin^3 x}{1-\sqrt{1+x^3}}$
7. Известно, что студент подготовил ответы не на все 16 вопросов, выносимых на зачет. Сколько вопросов он выучил, если известно, что вероятность того, что он сможет ответить только на один из случайно выбранных двух вопросов равна $\frac{1}{2}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 6.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.
3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, $A_1(-2;1;-4)$, $A_2(1;-1;6)$, $A_3(2;-1;1)$, $A_4(-1;2;2)$.
4. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $xe^{2x}\cos 3x$.
5. Проверить, является ли точка $(0;2;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(1+x^2e^x)}{ln(\sqrt{1+x^2}-x^2)}$.
7. Функцию $f(x) = sin^2 x$ разложить в ряд Тейлора в окрестности $x_0 = 0$. Найти радиус сходимости получившегося ряда.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет» ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 7.

1. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис и его свойства.

2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(1;-1;-3)$, $A_2(2;0;1)$, $A_3(1;-1;6)$, $A_4(2;-1;3)$.

4. Решить уравнение $y^{(5)} - 8y'' = x^2 - 4x + \sin 2x$.

5. Проверить, является ли точка $(0;0;1;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Найти множество сходимости ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \left(\frac{2x-1}{x-1}\right)^n$.

7. Известно, что студент подготовил ответы не на все 16 вопросов, выносимых на зачет. Сколько вопросов он выучил, если известно, что вероятность того, что он сможет ответить на оба случайно выбранных два вопроса не меньше $\frac{7}{8}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 8.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-3;-2;-1)$, $A_2(1;-3;4)$, $A_3(2;0;-1)$, $A_4(1;2;3)$.

4. Найдите общее решение линейной системы $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = x + 3y. \end{cases}$

5. Проверить, является ли точка $(0;1;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Вычислить $\int\limits_0^1 e^{-x^2} dx$ с точностью $0,001$.

7. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\sin 4x^2} - \sqrt{1+\sin 6x^2}}{sin^2 2x}$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 9.

1. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.

2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;2;-3)$, $A_2(1;4;0)$, $A_3(-1;6;-2)$, $A_4(-1;3;0)$.

4. На гиперболе $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найдите точку, ближайшую к точке $(3,0)$.

5. Проверить, является ли точка $(0;0;1;3)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Решите задачу Коши

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y, & x(0) = 0, \\ \dot{y} = -2x - 5y, & y(0) = -1. \end{cases}$$

7. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x^4)^{\frac{1}{sin^2 x}}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 10.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из $\mathbf{R}^n$ в $\mathbf{R}^m$.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;2;-3)$, $A_2(1;1;-3)$, $A_3(1;-2;1)$, $A_4(1;0;3)$.

4. Выписать линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными вещественными коэффициентами возможно меньшего порядка, имеющее среди решений функцию $y(x) = xe^{2x}\sin x$.

5. Проверить, является ли точка $(0;0;1;3)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 + x_4 = 10 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}(1+\ln(1+2x^2))^{3x\cos x}$.

7. Вычислить $\int x\cos^2 x dx$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет»
ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 11.

1.Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;2;-3)$, $A_2(-1;-3;2)$, $A_3(2;1;-1)$, $A_4(1;-3;2)$.

4. Исследовать на устойчивость положение равновесия $(1,1)$ системы $\begin{cases} \dot{x} = -2x + y + x^3 \\ \dot{y} = -x - 2y + 3x^5 \end{cases}$

5. Проверить, является ли точка $(3;0;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Функция распределения случайной величины ξ задана выражением $\mathcal{F}(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leqslant 0, \\ Cx^4 & \text{при } 0 < x \leqslant 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

Найдите параметр C; найдите математическое ожидание ξ.

7. На кривой $y = x^3$ найдите точку, в которой касательная перпендикулярна хорде, соединяющей точки $A(1;1)$, $B(2;8)$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 12.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t,x),\ x(t_0) = x_0,\ x \in R^n.$$

2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \to \infty$. Односторонние пределы.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_4H, если $A_1(-1;3;0)$, $A_2(1;-3;-1)$, $A_3(2;-1;6)$, $A_4(-1;2;3)$.

4. Решить уравнение $z^6 = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

5. Проверить, является ли точка $(3;0;0;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Напишите разложение функции $f(x) \doteq \frac{e^x - 1 - x^2}{x}$ в ряд по степеням x. Найдите с помощью этого разложения $f^{(10)}(0)$.

7. Вычислить $\lim\limits_{x \to 0} (\cos x)^{x^2}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Математика и компьютерные науки»

Вариант 13.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости по первому приближению.

2. Предел числовой последовательности, его основные свойства. Предел последовательности в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Сходимость в пространстве $\mathbf{R}^n$.

3. Вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ заданы своими координатами в пространстве. Записать уравнение высоты A_1H, если $A_1(-1;3;0)$, $A_2(1;-3;2)$, $A_3(2;-1;6)$, $A_4(-1;2;-3)$.

4. Исследуйте на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы:
$$\begin{cases} \dot{x} = 7x + 2\sin y, \\ \dot{y} = e^x - 3y - 1 + \arcsin x - \arcsin y. \end{cases}$$

5. Проверить, является ли точка $(0;2;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

6. Вычислить $\int \ln^2 x dx$.

7. Найти множество сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right) n^2$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 1.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости по первому приближению.

2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.

3. Вычислить интеграл $\int\limits_0^3 \ln(x^2+9)\,dx$.

4. Найти общее решение уравнения

$$y^{\text{iv}} + 10y'' + 9y = 0.$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 11 \\ x_1 - 3x_4 = -2 \end{cases}$$

6. Найдите все корни 4-ей степени из числа $z = -1 - i$.

7. В урне 5 белых и 7 черных шаров. Вынимают 3. Какова вероятность того, что все шары одного цвета?

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 2.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \to \infty$. Односторонние пределы.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = 1$.

4. Найти общее решение уравнения

$$y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0.$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 5x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 5 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 = -1 \end{cases}$$

6. Найти множество сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^{2n}}{n^2+1}$.

7. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n–ой степени из комплексного числа.

2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из $\mathbf{R}^n$ в $\mathbf{R}^m$.

3. Разложить функцию $y = \dfrac{7}{3x+8}$ в степенной ряд по степеням x. Указать область сходимости этого ряда.

4. Найти общее решение уравнения

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = 0.$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - 3x_3 + 2x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(3,4)$ перпендикулярно прямой $y = -3x - 1$

7. Вычислить $\int \sin^4 x dx$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 4.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.

3. Найти радиус сходимости R и интервал сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n}{n}(x-2)^n$,

4. Найти общее решение уравнения

$$y^{\text{iv}} - 5y'' + 4y = 0.$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = -2 \\ 3x_1 - 2x_4 = -2 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

6. Вычислить $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{\sin 5x} - e^{\sin x}}{2x}$

7. Вычислить $\int x^3 lnx dx$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 5.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Основная лемма вариационного исчисления.
3. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)\ln n}$.
4. Случайная величина ξ имеет равномерное распределение на отрезке $[1,5]$. Найти математическое ожидание случайной величины

$$\xi_1 = 3\xi - 2.$$

5. Найти общее решение уравнения

$$y^{\text{iv}} + 5y'' + 4y = 0.$$

6. Решить систему

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = -2 \\ 4x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

7. Вычислить $\int \frac{xdx}{(x-4)(x+1)}$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Механика и математическое моделирование»

Вариант 6.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.
3. Плотность распределения случайной величины задана формулой

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2, & x \in [0,2], \\ 0, & x \notin [0,2]. \end{cases}$$

Найти постоянную C и функцию распределения этой случайной величины.

4. Найти общее решение уравнения

$$y''' + 2y'' + y' + 2y = 0.$$

5. Решить систему

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$$

6. Вычислить $(4-4i)^{160}$.
7. Вычислить $\int \arcsin\sqrt{x}dx$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 1.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши

$$\dot{x} = f(t,x),\ x(t_0) = x_0,\ x \in R^n.$$

2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{5}{2}xe^x - 3y + \sin x^3, \\ \dot{y} = 2x + y - y\cos x + \arcsin 4x. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(0;0;1;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 13x_2 + 5x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Найти область сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+3}\left(\frac{2-x}{1+x}\right)^n$.

6. Вычислить интеграл $I = \displaystyle\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,dx$.

7. Пусть $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f_n(t) = e^{-n|t^2-1|}\,t\ \ (n \in \mathbb{N})$; найдите такую непрерывную на $\mathbb{R}$ функцию $\mathcal{F}$, что $f_n(t) \to \mathcal{F}(t)$ п.в.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 2.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

2. Аппроксимация функций алгебраическими многочленами. Задача интерполирования. Метод наименьших квадратов.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{1}{4}(e^x - 1) - 9y + 5x^3, \\ \dot{y} = \dfrac{1}{5}x - \arcsin y + y^5. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(2;0;1;0)$ решение задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Найти A^{-1}, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

6. Найти $\operatorname{res}_{\infty} \dfrac{e^{iz}}{z^2+a^2}$, $a \in \mathbf{R}$.

7. Сходится ли последовательность $f_n(t) = n^2\chi_{\left(\ln\, n,\, \ln(n+1)\right)}(t)$ по мере Лебега на $[0, +\infty)$?

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n–ой степени из комплексного числа.

2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + y\cos y - \dfrac{x^3}{3}, \\ \dot{y} = 3x + 2y + \dfrac{x^4}{5} + \sqrt{1+x+y} - 1. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(3;0;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 15x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Вычислите интеграл Лебега от простой функции $\iint\limits_A (-1)^{[t^2+s^2]}\,dtds$, $A = \{(t,s) : t^2 + s^2 \leqslant 5\}$.

6. Найти множество сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^{2n}}{n^2+1}$.

7. Найти A^{-1}, если $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 4.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.

2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 8\cos y - x, \\ \dot{y} = 2 - e^x - 3y - \cos y. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(0;3;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \\ -2 & -3 & -4 & -5 \end{vmatrix}$

6. С помощью теоремы Лебега о предельном переходе под знаком интеграла Лебега найдите предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_{[0,\pi]} e^{-n\sin t}\,dt$.

7. Вычислить $\int\limits_0^1 \ln(1-x^2)dx$ с точностью 0,05.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 5.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из $\mathbf{R}^n$ в $\mathbf{R}^m$.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 7x + 2\arcsin y, \\ \dot{y} = e^x - 3y - 1. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(3; 0; 2; 0)$ решение задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 9 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, если его матрица в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Докажите, исходя из определения, что функция $f(t) = 3\cos 4t + 7$ абсолютно непрерывна на всей числовой оси.

7. Вычислить $\int \frac{ln \sin x}{\sin^2 x} dx$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 6.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + y\cos y - \dfrac{x^3}{3}, \\ \dot{y} = 3x - 2y + \dfrac{x^4}{12} - y^3 e^y. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(0; 0; 1; 1)$ решение задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 6 \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

6. Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\pi} \sin t\, d[t]t$. В каком смысле следует его трактовать?

7. Подобрать a, b так, чтобы функция $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 3 \\ ax + b, & x > 3 \end{cases}$ была всюду непрерывно дифференцируемой.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 7.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \to \infty$. Односторонние пределы.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{3}{4}\sin x - 7y(1-y)^{1/3} + x^3, \\ \dot{y} = \dfrac{2}{3}x - 3y\cos y - 11y^5 + \ln(1+3x+y). \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(1;0;2;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Пусть векторы a, b таковы, что $|a| = 2, |b| = 3, |a-b| = 3$. Найти угол между векторами a, b

6. Найти интерполяционный многочлен Ньютона по следующим данным: $f(-1) = -11$, $f(1) = -3$, $f(2) = 1$, $f(3) = 13$.

7. Вычислить $\int \frac{dx}{2\sin x - \cos x + 5}$

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 9.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

2. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 7x + 2\arcsin y - y^4, \\ \dot{y} = e^x - 3y - 1 + \dfrac{5}{2}x^2. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(4;0;1;0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 7 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Найти A^{-1}, если $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

6. Полотняный шатер объемом V имеет форму прямого конуса. Каково должно быть отношение высоты конуса к радиусу его основания, чтобы на шатер пошло наименьшее количество полотна?

7. Дан ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^n$. Найти множество точек сходимости ряда.

ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет», ИМИТиФ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН 2016-2017 уч.г.,
Направление «Прикладная математика и информатика»

Вариант 10.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению.

2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое положение равновесия системы

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - 22\arcsin y + x^2 - y^3, \\ \dot{y} = \sin x - 5y + e^x - 1. \end{cases}$$

4. Проверить, является ли точка $(0;0;1;1)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_i \geqslant 0 \end{cases}$$

5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, если его матрица в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

6. Из фигуры, ограниченной кривой $y = 3\sqrt{x}$ и прямыми $x = 4$, $y = 0$, вырезали прямоугольник наибольшей площадью. Какова площадь и размеры этого прямоугольника?

7. У охотника 4 патрона. Охотник стреляет по цели до первого попадания. Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Найти распределение числа оставшихся патронов и его математическое ожидание.