

Вариант 1.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Принцип сжимающих отображений. (Теорема о неподвижной точке.) Примеры применения.
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^{-t} \sin 2t$.
4. Является ли функция $\cos t$ решением экстремальной задачи

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 1, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

5. Найти косинус угла между векторами \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(3; -2; 3)$, $B(2; 0; 1)$, $C(-2; 3; 1)$.
6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}$.
7. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы независимых случайных величин X_1 и X_2 , если $P(X_1 = 1) = 0.6$, $P(X_1 = 2) = 0.4$, $P(X_2 = 0) = 0.2$, $P(X_2 = 1) = 0.4$, $P(X_2 = 2) = 0.4$.

Вариант 2.

1. Корни n -ой степени из комплексного числа z из 1. Группа корней n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1. Круговые многочлены порядка n , их определение и построение в частных случаях.
2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.
3. Исследовать на устойчивость по первому приближению положение равновесия $(0, 0)$ системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 2x^3 + \ln(1+x) \\ \dot{y} = -x - 2y + 3x^5 \end{cases}$$

4. Решить простейшую задачу вариационного исчисления $\int_0^{\pi} (4\dot{x}^2(t) - x^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}$, $x(0) = 0$, $x(\pi) = 0$
5. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a}(3; -1; 2)$, $\vec{b}(2; 1; 0)$, $\vec{c}(1; 0; 4)$.
6. Найти интеграл $\int \frac{2x+1}{x^2-x+1} dx$.
7. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$.

Вариант 3.

1. Векторное пространство и его свойства. Линейная комбинация и линейная оболочка векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Свойства линейной зависимости.
2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).
3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^{3t} \sin t$.
4. Решить простейшую задачу вариационного исчисления

$$\int_0^{\pi/2} (\dot{x}^2(t) - x^2(t)) dt \rightarrow \text{extr}, x(0) = 0, x(\pi/2) = 2$$

5. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

6. Найти математическое ожидание и дисперсию произведения независимых случайных величин X_1 и X_2 , если $P(X_1 = 1) = 0.5$, $P(X_1 = 2) = 0.5$, $P(X_2 = 0.5) = 0.4$, $P(X_2 = 1) = 0.6$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.

Вариант 4.

1. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.
2. Случайная величина. Распределение. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения вероятностей. Вероятность попадания в интервал при одном испытании.
3. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x-2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4 + 16x} - 2e^y + x - y \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти длину ребра A_1A_2 , если $A_1(4; 2; 5)$, $A_2(0; 7; 2)$, $A_3(0; 2; 7)$, $A_4(1; 5; 0)$.
5. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

6. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n(n+1)}$.
7. Исследовать функцию $u(x, y) = (x + y^2)e^x$ на экстремум.

Вариант 5.

1. Матрицы. Их виды и операции над матрицами. Понятие перестановки и четности перестановки. Определитель матрицы и его свойства.

2. Линейные операторы в нормированных пространствах. Норма линейного оператора.

3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^t \cos 6t$.

4. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, если $A_1(4; 2; 5), A_2(0; 7; 2), A_3(0; 2; 7), A_4(1; 5; 0)$.

5. Вычислить

$$\left(\frac{-6 + 2i}{1 + 3i} \right)^3$$

6. Найти интеграл $\int \frac{x^3 - x^2}{x + 3} dx$.

7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 6 - x^2 - y^2, z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вариант 6.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.

2. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.

3. Решить задачу Коши $\ddot{x} + \dot{x} = f(t), x(1) = 0, \dot{x}(1) = -1, f(t) = \begin{cases} e^t, & t \leq 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$

4. Вычислить

$$\left(\frac{-2 + 7i}{\frac{7}{2} + i} \right)^5$$

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $A(3; 0; 1), B(5; -2; 2), C(-1; -3; 1)$.

6. Исследовать функцию $u(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - x^3 + 4y$ на экстремум.

7. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}$.

Вариант 7.

1. Евклидовы векторные пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис и его свойства.
2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.
3. Исследовать на устойчивость по первому приближению положение равновесия $(0, 0)$ системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 2x^3 + \sin x \\ \dot{y} = -x - 2y + 3x^5 + \sin 2x \end{cases}$$

4. Найти z^{20} , если $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $A(2; 4; -1)$, $B(0; 4; 0)$, $C(-1; 4; -2)$.

6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1}$.

7. Найти интеграл $\int \frac{x^3 - x^2}{x + 3} dx$.

Вариант 8.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.
3. Найти фундаментальную матрицу системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2y \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$$

4. Найти кривую, у которой точка пересечения касательной с осью абсцисс одинаково удалена от точки касания и от начала координат.
5. Найти z^{20} , если $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
6. Исследовать функцию $u(x, y) = (x + y^2)e^x$ на экстремум.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n}$.

Вариант 9.

1. Прямая в пространстве. Взаимное расположение двух прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.
2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. Решить задачу Коши

$$x^{(4)} + \ddot{x} = t \cdot \cos 2t, \quad x(0) = \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = x^{(3)}(0) = 0.$$

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса и записать ее общее решение:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$$

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $A(2; 4; -1)$, $B(0; 4; 0)$, $C(-1; 4; -2)$.
6. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 6 - x^2 - y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
7. Найти интеграл $\int \frac{x^3 - x^2}{x + 3} dx$.

Вариант 10.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .
3. Решить уравнение $\dot{x} - 4x = t^2$, $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.
4. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 (tx(t) + \dot{x}^2(t)) dt \rightarrow \min, \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0.$$

5. Найти размерность и базис пространства решений однородной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

6. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы независимых случайных величин X_1 и X_2 , если $P(X_1 = 1) = 0.6$, $P(X_1 = 2) = 0.4$, $P(X_2 = 0) = 0.2$, $P(X_2 = 1) = 0.4$, $P(X_2 = 2) = 0.4$.
7. Найти интеграл $\int \frac{x^4 - 2x^2}{x^2 + 1} dx$.

Вариант 11.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.
3. Проверить, является ли точка $(0; 1; 2)$ решением задачи линейного программирования

$$x_1 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \min \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}(-1; 2; 3)$, $\vec{b}(2; -1; 4)$.
5. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - \cos x}{3 \sin^2 x}$.
7. Плотность распределения случайной величины ξ равна $f(x) = 2x - 1$ при $x \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ и равна 0 для остальных x . Найти математическое ожидание ξ и вероятность $P\{\xi \in [0, 8; 1, 2]\}$.

Вариант 12.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in R^n.$$

2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
3. Проверить, является или нет точка $(1, 2, 0, 0, 0)$ крайней точкой множества

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

4. Найти площадь треугольника, построенного на векторах: $\vec{a}(3; -2; 1)$, $\vec{b}(2; -4; 1)$.
5. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

6. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$.
7. Найти интерполяционный многочлен Лагранжа по следующим данным: $f(-3) = -5$, $f(-1) = -11$, $f(2) = 10$.

Вариант 13.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости по первому приближению.
2. Предел числовой последовательности, его основные свойства. Предел последовательности в метрическом пространстве. Полнота метрического пространства. Сходимость в пространстве \mathbf{R}^n .
3. Написать задачу, двойственную к задаче линейного программирования

$$3x_1 - 4x_2 - x_3 - x_4 \rightarrow \min \quad \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 \geq -1 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти частное решение систем линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases}$$

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{BC} , если $A(2; 4; -1)$, $B(0; 4; 0)$, $C(-1; 4; -2)$.
6. Найти интеграл $\int \frac{2x+1}{x^2-x+1} dx$.
7. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1}$.

Вариант 1.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теоремы об устойчивости по первому приближению.
2. Числовые характеристики случайной величины, их свойства. Числовые характеристики системы случайных величин.
3. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_1^2 t\dot{x}^2(t)dt \rightarrow \min, \quad x(1) = 1, \quad \dot{x}(1) = -1.$$

4. Найти косинус угла между векторами \vec{BA} и \vec{BC} , если $A(5; 2; 1)$, $B(2; 4; 2)$, $C(1; 0; 7)$.
5. Найти z^{20} , если $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
6. Найти наименьшее количество материала, необходимое для изготовления шатра заданного объема V и имеющего форму цилиндра с конической крышей.
7. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1+x^2} - 1}$.

Вариант 2.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
3. Решите задачу Коши

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x + 2y, \quad x(0) = 0, \\ \dot{y} &= -2x - 5y, \quad y(0) = 1. \end{aligned}$$

4. Найти площадь треугольника, построенного на векторах: $\vec{a}(3; -2; 1)$, $\vec{b}(2; -4; 1)$.
5. Вычислить

$$\left(\frac{-2 + 7i}{\frac{7}{2} + i} \right)^5$$

6. Найти интеграл $\int \frac{3x - 2}{x^2 - x} dx$.

7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2} \frac{(x-1)^n}{5^n}$.

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .
3. Найти фундаментальную матрицу системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -2y \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, если $A_1(4; 2; 5)$, $A_2(0; 7; 2)$, $A_3(0; 2; 7)$, $A_4(1; 5; 0)$.
5. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

6. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n(n+1)}$.

7. Найти интеграл $\int \frac{x^3 - x^2 - 2}{x - 1} dx$.

Вариант 4.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.
3. Решить задачу Коши

$$x^{(4)} + \ddot{x} = t \cdot \cos 2t, \quad x(0) = \dot{x}(0) = \ddot{x}(0) = x^{(3)}(0) = 0.$$

4. Дан треугольник ABC , $A(1; 1)$, $B(-1; 4)$, $C(4; 7)$. Написать уравнение высоты из вершины B
5. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

6. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.
7. Найти интреполяционный многочлен Лагранжа по следующим данным: $f(-1) = 6$, $f(0) = 4$, $f(1) = 2$, $f(2) = 6$.

Вариант 5.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Основная лемма вариационного исчисления.
3. Решить уравнение $\ddot{x} - 4x = t^2$, $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = 0$.
4. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3, \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11, \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2. \end{cases}$$
5. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}(-1; 2; 3)$, $\vec{b}(2; -1; 4)$.
6. Найти интеграл $\int x \operatorname{arctg} x dx$.
7. Найти интерполяционный многочлен Лагранжа по следующим данным: $f(-1) = -11$, $f(1) = -3$, $f(2) = 1$, $f(3) = 13$.

Вариант 6.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Разложение функций вещественной переменной в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия сходимости ряда Тейлора к порождающей функции.
3. Решить уравнение $y^{(5)} - 8y'' = x^2 - 2x$.
4. Нарисовать на комплексной плоскости геометрическое место точек z , которые удовлетворяют условию $|z - 2i + 3| = 1$.
5. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a}(3; -1; 2)$, $\vec{b}(2; 1; 0)$, $\vec{c}(1; 0; 4)$.
6. Исследовать функцию $u(x, y) = 3x^2 + 3y^2 - x^3 + 4y$ на экстремум.
7. Найти математическое ожидание и дисперсию произведения независимых случайных величин X_1 и X_2 , если $P(X_1 = 1) = 0.5$, $P(X_1 = 2) = 0.5$, $P(X_2 = 0.5) = 0.4$, $P(X_2 = 1) = 0.6$.

Вариант 1.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0, \quad x \in R^n.$$

2. Основные понятия теории числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки сходимости числовых рядов.

3. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

4. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{BA} и \overrightarrow{BC} , если $A(5; 2; 1)$, $B(2; 4; 2)$, $C(1; 0; 7)$.
5. Исследовать функцию $u(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 2x + y - 1$ на экстремум.
6. Сформулировать в логических символах утверждение (на языке $\varepsilon - \delta$): функция $f(x)$ не является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$.
7. При каких a, b каждое решение уравнения $\ddot{x} + ax + bx = 0$ обращается в нуль в бесконечном числе точек t

Вариант 2.

1. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
2. Аппроксимация функций алгебраическими многочленами. Задача интерполирования. Метод наименьших квадратов.
3. Найти z^{20} , если $z = 2 - 2\sqrt{3}i$
4. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти длину ребра A_1A_2 и угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, если $A_1(3; 5; 4)$, $A_2(8; 7; 4)$, $A_3(5; 10; 4)$, $A_4(4; 7; 8)$.
5. Выяснить, существует ли ситуация равновесия по Нэшу в антагонистической игре

$$([0, 2], [-2, 2], H_1(x, y) = xy^2).$$

6. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!}$.
7. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^t t \sin 2t \cos 6t$.

Вариант 3.

1. Поле комплексных чисел. Его конструкция. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра и формула извлечения корней n -ой степени из комплексного числа.
2. Интеграл Римана. Определение и свойства. Критерий существования. Классы функций, для которых интеграл существует.
3. При каких λ существует A^{-1} , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & \lambda & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Кривая $y = \varphi(x)$ проходит через точку $(0, 1)$ и обладает тем свойством, что в каждой ее точке тангенс угла касательной к этой кривой равен удвоенному произведению координат точки касания. Найти уравнение кривой.

5. Лежит ли вектор $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ в плоскости, образованной векторами

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}?$$

6. Сформулировать в логических символах утверждение (на языке $\varepsilon - \delta$): функция $f(x)$ не является бесконечно малой при $x \rightarrow -\infty$.

7. При каких значениях параметров a, b нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ay - \cos x + 1 \\ \dot{y} = bx - \sin y \end{cases}$$

асимптотически устойчиво

Вариант 4.

1. Понятие обратной матрицы, ее существование и единственность, методы вычисления и построения. Ранг матрицы, его свойства и методы вычисления. Базисный минор и его свойства.
2. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
3. Исследовать на устойчивость положение равновесия $(1, 1)$ системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 2x^3 \\ \dot{y} = -x - 2y + 3x^5 \end{cases}$$

4. Найти z^{20} , если $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

5. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти длину ребра A_1A_2 и угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, если $A_1(4; 6; 5), A_2(6; 9; 4), A_3(2; 10; 10), A_4(7; 5; 9)$.

6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}$.

7. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $e^{it} \sin^2 t$.

Вариант 5.

1. Различные виды уравнений плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.

2. Производная функции одной переменной, ее геометрический и механический смысл. Производное отображение функции, действующее из \mathbf{R}^n в \mathbf{R}^m .

3. Написать задачу, двойственную к задаче линейного программирования

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 - 2x_4 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2 \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 5x_4 \geq -1 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

4. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Даны координаты вершин пирамиды A_1, A_2, A_3, A_4 . Найти длину ребра A_1A_2 и угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$, если $A_1(4; 2; 5), A_2(0; 7; 2), A_3(0; 2; 7), A_4(1; 5; 0)$.

6. Найти интеграл $\int \frac{3x-1}{x^2+x+1} dx$.

7. Исследовать на устойчивость нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(4y + e^{-4x}) \\ \dot{y} = 3y - 1 - \sqrt[3]{1-6x} \end{cases}$$

Вариант 6.

1. С-ядро кооперативной игры. Теорема о принадлежности дележа С-ядру.

2. Различные определения непрерывности функции в точке и на множестве. Непрерывность сложной функции.

3. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $te^t \sin 2t$.

4. Найти матрицу A^{-1} , обратную данной

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Найти z^{20} , если $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

6. Найти интреполяционный многочлен Лагранжа по следующим данным: $f(-3) = -5, f(-1) = -11, f(2) = 10$.

7. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема.

Вариант 7.

1. Необходимые и достаточные условия существования ситуации равновесия по Нэшу в чистых стратегиях для антагонистических игр.
2. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность. Предел функции при $x \rightarrow \infty$. Односторонние пределы.
3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах: $\vec{a}(-1; 2; 3)$, $\vec{b}(2; -1; 4)$.
4. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x^n + x^{2n}}$, $x \geq 0$.
5. Зная, что $f(x)$ — многочлен четвертой степени, и $f(2) = -1$, $f'(2) = 0$, $f''(2) = -12$, $f'''(2) = 12$, $f^{(4)}(2) = 24$, вычислите $f(1)$.
6. Найти интеграл $\int \frac{x^3 - 2x^2}{x + 3} dx$.
7. При каких a нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - y - \sin x + \ln(1 - 2y) \\ \dot{y} = \sqrt{1 + 2x - 4y} - 1 \end{cases}$$

асимптотически устойчиво.

Вариант 8.

1. Крайние точки выпуклого множества. Характеристика крайних точек множества $\Omega = \{x \in R^n : Ax = b, x \geq 0\}$.
2. Матрицы. Их виды и операции над матрицами. Понятие перестановки и четности перестановки. Определитель матрицы и его свойства.
3. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a}(2; -3; 0)$, $\vec{b}(1; 4; 2)$, $\vec{c}(-2; 1; -1)$.
4. Найти z^{20} , если $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
5. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = 1$, $z = x^2 + y^2$, $z = 0$.
6. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}$.
7. Решить задачу Коши $(x - 2t + 1)x' = 4t - 2x - 3$, $x(0) = 0$.

Вариант 9.

1. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
2. Векторные подпространства векторного пространства: их сумма и пересечение. Свойства. Прямая сумма векторных подпространств, критерии и свойства прямой суммы.
3. Найти площадь треугольника, построенного на векторах: $\vec{a}(3; -2; 1)$, $\vec{b}(2; -4; 1)$.
4. Вычислить

$$\left(\frac{-6 + 2i}{1 + 3i} \right)^3$$

5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n} \right)^n \frac{(2x-1)^n}{4^n}$.

6. Найти интеграл $\int x \operatorname{arctg} x dx$.

7. Решить задачу Коши $\ddot{x} - \dot{x} = f(t)$, $x(0) = 1$, $\dot{x}(0) = -1$, $f(t) = \begin{cases} t, & t \leq 1 \\ t^2, & t \geq 1 \end{cases}$

Вариант 10.

1. Устойчивость по Ляпунову. Теорема об устойчивости по первому приближению.
2. Численные методы решения нелинейных уравнений (метод половинного деления, метод Ньютона, метод простых итераций).
3. Проверить, является ли точка $(1; 2; 0)$ решением задачи линейного программирования

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &\rightarrow \min \\ \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

4. При каких λ существует A^{-1} , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ \lambda - 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

5. Найти объем пирамиды, построенной на векторах: $\vec{a}(3; -1; 2)$, $\vec{b}(2; 1; 0)$, $\vec{c}(1; 0; 4)$.
6. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы независимых случайных величин X_1 и X_2 , если $P(X_1 = 1) = 0.6$, $P(X_1 = 2) = 0.4$, $P(X_2 = 0) = 0.2$, $P(X_2 = 1) = 0.4$, $P(X_2 = 2) = 0.4$.
7. Найти интеграл $\int \frac{x^4 + 2x^2}{x^2 - 1} dx$.