

1. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x - \cos x}{1 - \sin x + \cos^2 x}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: последовательность x_n не имеет предела.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Чему равны параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x(x-3)}{x^2-2x+2}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x dx$
6. Исследуйте на сходимость интеграл $\int_{-1}^1 \frac{\ln(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$.
7. Сколько касательных можно провести из точки $(1, -1)$ к кривой $y = x^3$?
8. Вычислить $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с точностью 0,001.
9. Решить $y' - y \cos x = y^2 \cos x$.
10. Найти обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 7 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.
11. Решить уравнение $(z + 1)^{2010} + (z - 1)^{2010} = 0$.
12. Дан треугольник ABC , $A(1, 1)$, $B(-2, 3)$, $C(4, 7)$. Написать уравнение высоты из вершины A

1. Вычислите предел $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\sqrt[3]{(1 - \cos \alpha)^4}}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: функция $f(x)$ не является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \cos x - a \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Найти параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq e^{\frac{2-x^2}{x^2-1}}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx$
6. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2$?
7. Найдите сумму ряда $1 - 3x^2 + 5x^4 - \dots + (-1)^{n-1}(2n-1)x^{2n-2} + \dots$
8. Сколько касательных можно провести из точки $(-1; -1)$ к кривой $y = -x^3$?
9. Решить $y' - 2ye^x = 2\sqrt{y}e^x$.
10. Найти обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.
11. Решить уравнение $z^2 - 5z + 4 + 10i = 0$ в множестве комплексных чисел.
12. Найти проекцию точки $A(-2, 5, 6)$ на плоскость $x + y = 2$

1. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt[3]{(1 - \sin x)^2}}$, не прибегая к помощи правила Лопитала.
2. Исследуйте на непрерывность и постройте график функции $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x^n + x^{2n}}$, $x \geq 0$.
3. Запишите с помощью логических символов утверждение: функция $f(x)$ не является бесконечно большой при $x \rightarrow -\infty$.
4. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема.
5. Зная, что $f(x)$ — многочлен четвертой степени, и $f(2) = -1$, $f'(2) = 0$, $f''(2) = -12$, $f'''(2) = -12$, $f^{(4)} = 24$, вычислите $f(1)$.
6. Найдите площадь фигуры, заключенной между кривой $y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}$ и ее асимптотой.
7. Исследуйте на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$.
8. Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^3}{e^n}$
9. Пусть векторы a, b таковы, что $|a| = |b| = 2$, $|a + b| = 3$. Найти угол между векторами a, b
10. Вычислить $\left(\frac{\sqrt{3+i}}{\sqrt{3-i}} \right)^{2010}$.
10. Найти обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.
12. Решить уравнение $y'' = xy'$.

1. Три вершины параллелограмма $ABCD$ заданы на плоскости своими координатами. Найти координаты четвертой вершины, если $A(-1; 2)$, $B(1; -3)$, $C(0; 4)$.
2. Найти корень $\sqrt[6]{1}$ из единицы.
3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$
4. Найти собственные числа матрицы линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
5. Решить уравнение $x dy = \left(x \sin \frac{y}{x} + y\right) dx$.
6. Функция $y = f(x)$ обладает следующим свойством

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists \delta(\epsilon) > 0 \quad \forall x \in D(f) \quad 0 < |x - x_0| < \delta : |f(x)| > \epsilon.$$

Запишите это свойство, используя знак предела ($\lim_{x \rightarrow \dots} f(x) = \dots$ вместо многоточия поставьте соответствующие значения).

7. Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \leq 0, \\ -5x + 1, & x > 0. \end{cases}$ на непрерывность и дифференцируемость.
8. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}$.
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$.
10. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z(x, y)$, заданной неявно: $F(xz, 3x - 5y) = 0$.
11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = xy - x^2y - 0,5xy^2$ на множестве $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$.
12. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

1. Три вершины параллелограмма $ABCD$ заданы на плоскости своими координатами. Найти координаты четвертой вершины, если $A(-1; 2)$, $B(1; 1)$, $C(3; -2)$.
2. Найти корень $\sqrt[12]{1}$ из единицы.
3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$
4. Найти собственные числа матрицы линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.
5. Решить уравнение $x(\ln x - \ln y) dy = y dx$.
6. Функция $y = f(x)$ обладает следующим свойством

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists \delta(\epsilon) > 0 \quad \forall x \in D(f) \quad x_0 < x < x_0 + \delta : |f(x) - a| < \epsilon.$$

Запишите это свойство, используя знак предела ($\lim_{x \rightarrow \dots} f(x) = \dots$ вместо многоточия поставьте соответствующие значения).

7. Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} -3x + 2, & x \leq 0, \\ 5x + 2, & x > 0. \end{cases}$ на непрерывность и дифференцируемость.
8. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{4x - x^2}$.
9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (4n-1)}{6 \cdot 10 \cdot 14 \cdot \dots \cdot (4n+2)}$.
10. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z(x, y)$, заданной неявно: $F(yz, 5x - 3y) = 0$.
11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$ на множестве $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$.
12. Вычислить $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 - 2x + 3}\right)^{3x+5}$

1. Три вершины параллелограмма $ABCD$ заданы на плоскости своими координатами. Найти координаты четвертой вершины, если $A(-1; 1)$, $B(0; 3)$, $C(-2; 1)$.

Найти корень $\sqrt[6]{1}$ из единицы.

2. Найти корень $\sqrt[8]{1}$ из единицы.

3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 6. \end{cases}$$

4. Найти собственные числа матрицы линейного оператора $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Решить уравнение $(x^2 + xy + y^2) dx = x^2 dy$.

6. Функция $y = f(x)$ обладает следующим свойством

$$\forall E > 0 \quad \exists \delta(E) > 0 \quad \forall x \in D(f) \quad x_0 < x < x_0 + \delta : \quad f(x) < -E.$$

Запишите это свойство, используя знак предела ($\lim_{x \rightarrow \dots} f(x) = \dots$ вместо многоточия поставьте соответствующие значения).

7. Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \leq 2, \\ 4x - 7, & x > 2. \end{cases}$ на непрерывность и дифференцируемость.

8. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{10 - 6x + x^2}}$.

9. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n+1)}$.

10. Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z(x, y)$, заданной неявно: $F(z + x, 2 - y) = 0$.

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x, y) = x^3 + 3y^2 - 3xy$ на множестве $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$

12. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 4x)^{\frac{4}{x^2}}$

1. Три вершины параллелограмма $ABCD$ заданы на плоскости своими координатами. Найти координаты четвертой вершины, если $A(1; 2)$, $B(2; -1)$, $C(2; -3)$.

2. Определить кратность рациональных корней многочлена $f(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 4$.

3. Найти корень $\sqrt[4]{1}$ из единицы.

4. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

5. Найти объем пирамиды $SABC$, если $S(1, 2, 3)$, $A(-3, 2, -1)$, $B(3, -4, 0)$, $C(-6, 3, -1)$.

6. Решить уравнение $y' = e^{y/x} + \frac{y}{x}$.

7. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x^2} - e^{2x^2}}{1 - \cos x}$

8. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 3t^3 - 29t^2 + 16t + 1$, где t — время в секундах, $S(t)$ — расстояние в метрах. В какой момент времени скорость минимальна?

9. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x^2 - 4}{(x-1)^2}$.

10. Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 x^n$.

11. Вычислить $\sin 5^0$ с точностью до 10^{-3} .

12. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{1}{1+x^2}$ и $y = \frac{x^2}{2}$.

1. Сходится ли последовательность $f_n(t) = n^2 \chi_{[0, \frac{1}{n}]}(t)$ по мере Лебега на $[0, 1]$?
2. Найти наименьшее значение функции $y(x) = e^{2x} - 8e^x + 9$ на отрезке $[0; 2]$.
3. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.
4. Найти предел $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^4 - z^2 - 2}$.
5. Вычислить интеграл $\int_L (2 - y) dx + x dy$, где $L = \{(x; y) : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$, где кривая проходит при возрастании параметра.
6. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-7}{n-1} (x+1)^n$.
7. Приведите пример бесконечно большой последовательности $\{a_n\}$, такой что $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$. От
8. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(-1; 6)$, $B(2; 1)$, $C(-3; 4)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .
9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
10. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & -4 & 0 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.
11. Вычислить z^{10} , если $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$.
12. Найти общее решение уравнения $y^{iv} - 5y''' + 4y' = 0$.

1. Сходится ли последовательность $f_n(t) = n^2 \chi_{[n, n+1]}(t)$ по мере Лебега на $[0, +\infty)$?
2. Найти наименьшее значение функции $y(x) = 11 \operatorname{tg} x - 11x + 16$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{4}]$.
3. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стёкол, вторая 40%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая – 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
4. Найти предел $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^4 - 2z^2 - 3}$.
5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y^2 dx + x y dy$, где L – дуга линии $\begin{cases} x = a \cos t, \\ y = b \sin t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq \frac{\pi}{2})$.
6. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-1}{n+4} (x-3)^n$.
7. Приведите пример неограниченной последовательности, которая не является бесконечно большой. Ответ обоснуйте.
8. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(2; 3)$, $B(-1; 6)$, $C(2; 4)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .
9. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.
10. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
11. Вычислить z^{10} , если $z = 2 + 2i$.
12. Найти общее решение уравнения $y^{iv} - 5y'' + 4y = 0$.

1. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(-1; 2)$, $B(3; 2)$, $C(-1; 4)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .
2. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$.
3. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.
4. Вычислить z^{10} , если $z = 3 + 3i$.
5. Найти общее решение уравнения $y^{iv} + 10y'' + 9y = 0$.
6. Проверить, является ли точка $(1; 0; 2; 0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

7. Пусть $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(t) = \cos^n t$ ($n \in \mathbb{N}$); найдите такую непрерывную на \mathbb{R} функцию \mathcal{F} , что $f_n(t) \rightarrow \mathcal{F}(t)$ п.в.
8. Найти наименьшее значение функции $y(x) = e^{2x} - 5e^x - 2$ на отрезке $[-2; 1]$.
9. Ковбой Билл попадает в муху на стене в вероятность $0,8$, если стреляет из пристреленного револьвера. Если Билл стреляет из непристреленного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью $0,25$. На столе лежит 5 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Билл видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Билл попадет в муху.

10. Найти предел $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^4 - 1}$.

11. Вычислить интеграл $\int_{AB} (y^2 + 2xy) dx + (x^2 - 2xy) dy$, где AB – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(1; 1)$ до точки $B(2; 4)$.

12. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2n-1} (x-1)^n$.

1. Вершины треугольника ABC заданы своими координатами на плоскости, где $A(2; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(3; -2)$. Записать уравнение стороны AB , медианы CM , высоты CH . Найти длину стороны AC .

2. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Найти обратную матрицу и выполнить проверку $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить z^{10} , если $z = -1 - \sqrt{3}i$.

5. Найти общее решение уравнения $y''' - 2y'' + 9y' - 18y = 0$.

6. Проверить, является ли точка $(0; 3; 1; 0)$ решением задачи линейного программирования

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 9 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 2 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

7. Пусть $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(t) = \sin^n t$ ($n \in \mathbb{N}$); найдите такую непрерывную на \mathbb{R} функцию \mathcal{F} , что $f_n(t) \rightarrow \mathcal{F}(t)$ п.в.
8. Найти наибольшее значение функции $y(x) = 4x - 4\operatorname{tg} x + \pi - 9$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$.
9. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна $0,05$. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна $0,98$. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна $0,08$. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

10. Найти предел $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 + 1}{z^4 + 3z^2 + 2}$.

11. Вычислить интеграл $\int_L (xy + x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, где L – контур треугольника OAB : $O(0; 0)$, $A(1; 2)$, $B(0; 2)$ с положительным направлением обхода.

12. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{3n+4} (x+2)^n$

1. Три вершины параллелограмма $ABCD$ заданы на плоскости своими координатами. Найти координаты четвертой вершины, если $A(1; 2)$, $B(2; -1)$, $C(2; -3)$.
2. Найти корень $\sqrt[4]{1}$ из единицы.
3. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 6 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$
4. Найти объем пирамиды $SABC$, если $S(1, 2, 3)$, $A(-3, 2, -1)$, $B(3, -4, 0)$, $C(-6, 3, -1)$.
5. Решить уравнение $y^{(4)} + y'' = x + \sin 2x$
6. Решить уравнение $y' = e^{y/x} + \frac{y}{x}$.
7. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x^2} - e^{2x^2}}{1 - \cos x}$
8. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 3t^3 - 29t^2 + 16t + 1$, где t — время в секундах, $S(t)$ — расстояние в метрах. В какой момент времени скорость минимальна?
9. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x^2 - 4}{(x - 1)^2}$.
10. Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n + 1)^2 x^n$.
11. Вычислить $\sin 5^0$ с точностью до 10^{-3} .
12. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{1}{1+x^2}$ и $y = \frac{x^2}{2}$.