

1. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x^2} - e^{2x^2}}{x^2}$
2. Верны ли следующие высказывания:
 - а) $(\forall a \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 + ax = 0$;
 - б) $(\forall a \in \mathbb{R}) (\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 + 2ax + a = 0$?
3. Тело движется по прямой по закону $S(t) = 3t^3 - 29t^2 + 16t + 1$, где t — время в секундах, $S(t)$ — расстояние в метрах. В какой момент времени скорость минимальна?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x^2 - 4}{(x-1)^2}$.
5. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{1}{1+x^2}$ и $y = \frac{x^2}{2}$.
6. Исследуйте на сходимость интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x^9 dx}{(2x^5 + x^3 + 1)^2}$.
7. Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 x^n$.
8. Вычислить $\sin 5^0$ с точностью до 10^{-3} .
9. Решить систему $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$
10. Вычислить $(2 + 2i)^{18}$
11. Найти вектор x длина которого равна 3, который перпендикулярен вектору $(-1, 3)$.
12. Решить уравнение $(x+1)y' = (y^2 + 1)$.

Механика, третий курс. Вариант первый.

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin x - x}$
2. С помощью логической символики записать утверждение: последовательность x_n не является ограниченной.
3. Вычислить $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$
4. Кусок проволоки данной длины l согните в виде прямоугольника так, чтобы площадь этого прямоугольника были наибольшей.
5. Пусть $z = f(u, v)$, $u = xe^y$, $v = ye^x$. Найдите dz .
6. Исследуйте сходимость числового ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2^n}$.
7. Исследуйте сходимость интеграла $\int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+x^2}}$.
8. Найдите массу круглой пластинки радиуса R , если плотность ее в каждой точке пропорциональна расстоянию от точки до центра и равна δ на краю пластинки.
9. Вычислить $(4 - 4i)^{26}$.
10. Найти вектор x , перпендикулярный векторам $(1; 2; 0); (-1; 1; -2)$ и длина которого равна 5.
11. Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$
12. Решить уравнение $y''' - 4y' = 4xe^x$.

МиКН, ПМИ, второй курс. Вариант первый.

1. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x - \cos x}{1 - \sin x + \cos^2 x}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: последовательность x_n не имеет предела.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Чему равны параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x(x-3)}{x^2-2x+2}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x dx$
6. Исследуйте на сходимость интеграл $\int_{-1}^1 \frac{\ln(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$.
7. Сколько касательных можно провести из точки $(1, -1)$ к кривой $y = x^3$?
8. Вычислить $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с точностью 0,001.
9. Пусть $A : R^3 \rightarrow R^3, Ax = [x, c]$, где $[x, c]$ — векторное произведение векторов x, c , $c = (2; 3; 4)$. Найти матрицу линейного оператора A в стандартном базисе.
10. Решить уравнение $(z+1)^{2010} + (z-1)^{2010} = 0$.
11. Разложить многочлен $x^6 + 27$ на неприводимые над полем вещественных чисел многочлены.
12. При каких a, b многочлен $ax^{n+1} + bx^n + 1$ делится на $(x-1)^2$

МиКН, ПМИ, второй курс. Вариант второй.

1. Вычислите предел $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\sqrt[3]{1 - \cos \alpha^4}}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: функция $f(x)$ не является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \cos x - a \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Найти параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq e^{\frac{2-x^2}{x^2-1}}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx$
6. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2$?
7. Найдите сумму ряда $1 - 3x^2 + 5x^4 - \dots + (-1)^{n-1}(2n-1)x^{2n-2} + \dots$
8. Сколько касательных можно провести из точки $(-1; -1)$ к кривой $y = -x^3$?
9. Пусть $A : R^3 \rightarrow R^3, Ax = [x, c]$, где $[x, c]$ — векторное произведение векторов x, c , $c = (1; 2; 4)$. Найти матрицу линейного оператора A в стандартном базисе.
10. Решить уравнение $z^2 - 5z + 4 + 10i = 0$ в множестве комплексных чисел.
11. Разложить многочлен $x^6 - x^3 + 1$ на неприводимые над полем вещественных чисел многочлены.
12. При каком a многочлен $x^5 - ax^2 - ax + 1$ имеет (-1) имеет корнем не ниже второй кратности.

МиКН, ПМИ, третий курс. Вариант первый.

1. Укажите порядок малости функции $\sqrt{x + \sqrt{x}}$ относительно x при $x \rightarrow 0$.
2. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} e^{nx}$
3. Открытый бак с квадратным основанием должен вмещать v литров. При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество листовой стали?
4. Используя разложение функции $f(x) \doteq \sin x^3$ по формуле Тейлора, найдите $f^{(15)}(0)$.
5. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$
6. Исследуйте сходимость интеграла $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}$
7. Вычислите объем тела, ограниченного сферой $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ и конусом $x^2 + y^2 = z^2$ (внешнего по отношению к конусу).
8. Вычислите криволинейный интеграл $\oint_C 2(x^2 + y^2) dx + (x+y)^2 dy$, где C — пробегаемый в положительном направлении контур треугольника ABC , $A(1;1)$, $B(2;2)$, $C(1;3)$.
9. Разложить многочлен $x^4 + 4$ на линейные множители над полем комплексных чисел.
10. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
11. Найти все комплексные числа, такие, что $z^2 = \bar{z}$.
12. Решить уравнение $y'' + y = x \sin^2 x$

МиКН, ПМИ, третий курс. Вариант второй.

1. Укажите порядок малости функции $\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x$ относительно x при $x \rightarrow 0$.
2. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot \sqrt{n}$
3. Найдите размеры цилиндра заданного объема v , имеющего наименьшую полную поверхность.
4. Используя разложение функции $f(x) \doteq e^{2x-x^2}$ по формуле Тейлора, найдите $f^{(V)}(0)$.
5. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{(1+\operatorname{tg}^2 x)^2}$
6. Исследуйте сходимость интеграла $\int_0^{\infty} (e^{-x^2} - e^{-2x^2}) dx$.
7. Тело ограничено параболоидом $2z = x^2 + y^2$ и сферой $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ (внутри параболоида). Найдите объем этого тела.
8. Вычислите $\oint_C f(y+x) dx + (y-x) dy$, где C — окружность $x^2 + y^2 = 1$.
9. Разложить многочлен $x^4 + x^2 + 1$ на линейные множители над полем комплексных чисел.
10. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
11. Найти все комплексные числа, такие что $z = (\bar{z})^2$.
12. Решить уравнение $y'' \cdot y' = y$.

МиКН, ПМИ, второй курс. Вариант первый.

1. Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin^2 x - \cos x}{1 - \sin x + \cos^2 x}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: последовательность x_n не имеет предела.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x, & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Чему равны параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq \frac{x(x-3)}{x^2-2x+2}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x dx$
6. Исследуйте на сходимость интеграл $\int_{-1}^1 \frac{\ln(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$.
7. Сколько касательных можно провести из точки $(1, -1)$ к кривой $y = x^3$?
8. Вычислить $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с точностью 0,001.
9. Пусть $A : R^3 \rightarrow R^3, Ax = [x, c]$, где $[x, c]$ — векторное произведение векторов x, c , $c = (2; 3; 4)$. Найти матрицу линейного оператора A в стандартном базисе.
10. Решить уравнение $(z+1)^{2010} + (z-1)^{2010} = 0$.
11. Разложить многочлен $x^6 + 27$ на неприводимые над полем вещественных чисел многочлены.
12. При каких a, b многочлен $ax^{n+1} + bx^n + 1$ делится на $(x-1)^2$

МиКН, ПМИ, второй курс. Вариант второй.

1. Вычислите предел $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\sqrt[3]{(1-\cos \alpha)^4}}$
2. Запишите с помощью логических символов утверждение: функция $f(x)$ не является бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$.
3. Функция $f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & \text{для } x < \frac{\pi}{2}, \\ b \cos x - a \sin x, & \text{для } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$ непрерывно дифференцируема на \mathbb{R} . Найти параметры a и b ?
4. Найдите точки локальных экстремумов функции $f(x) \doteq e^{\frac{2-x^2}{x^2-1}}$.
5. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^9 x dx$
6. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+n^2}{1+n^3} \right)^2$?
7. Найдите сумму ряда $1 - 3x^2 + 5x^4 - \dots + (-1)^{n-1}(2n-1)x^{2n-2} + \dots$
8. Сколько касательных можно провести из точки $(-1; -1)$ к кривой $y = -x^3$?
9. Пусть $A : R^3 \rightarrow R^3, Ax = [x, c]$, где $[x, c]$ — векторное произведение векторов x, c , $c = (1; 2; 4)$. Найти матрицу линейного оператора A в стандартном базисе.
10. Решить уравнение $z^2 - 5z + 4 + 10i = 0$ в множестве комплексных чисел.
11. Разложить многочлен $x^6 - x^3 + 1$ на неприводимые над полем вещественных чисел многочлены.
12. При каком a многочлен $x^5 - ax^2 - ax + 1$ имеет (-1) имеет корнем не ниже второй кратности.

1. Укажите порядок малости функции $\sqrt{x + \sqrt{x}}$ относительно x при $x \rightarrow 0$.
2. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} e^{nx}$
3. Открытый бак с квадратным основанием должен вмещать v литров. При каких размерах на его изготовление уйдет наименьшее количество листовой стали?
4. Используя разложение функции $f(x) \doteq \sin x^3$ по формуле Тейлора, найдите $f^{(15)}(0)$.
5. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$
6. Исследуйте сходимость интеграла $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}$
7. Вычислите объем тела, ограниченного сферой $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ и конусом $x^2 + y^2 = z^2$ (внешнего по отношению к конусу).
8. Вычислите криволинейный интеграл $\oint_C 2(x^2 + y^2) dx + (x + y)^2 dy$, где C — пробегаемый в положительном направлении контур треугольника ABC , $A(1; 1)$, $B(2; 2)$, $C(1; 3)$.
9. Разложить многочлен $x^4 + 4$ на линейные множители над полем комплексных чисел.
10. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
11. Найти все комплексные числа, такие, что $z^2 = \bar{z}$.
12. Решить уравнение $y'' + y = x \sin^2 x$

1. Укажите порядок малости функции $\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x$ относительно x при $x \rightarrow 0$.
2. Найти множество сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot \sqrt{n}$
3. Найдите размеры цилиндра заданного объема v , имеющего наименьшую полную поверхность.
4. Используя разложение функции $f(x) \doteq e^{2x-x^2}$ по формуле Тейлора, найдите $f^{(V)}(0)$.
5. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{(1+\operatorname{tg}^2 x)^2}$
6. Исследуйте сходимость интеграла $\int_0^{\infty} (e^{-x^2} - e^{-2x^2}) dx$.
7. Тело ограничено параболоидом $2z = x^2 + y^2$ и сферой $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ (внутри параболоида). Найдите объем этого тела.
8. Вычислите $\oint_C (y + x) dx + (y - x) dy$, где C — окружность $x^2 + y^2 = 1$.
9. Разложить многочлен $x^4 + x^2 + 1$ на линейные множители над полем комплексных чисел.
10. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$
11. Найти все комплексные числа, такие что $z = (\bar{z})^2$.
12. Решить уравнение $y'' \cdot y' = y$.