

Вариант 1 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow -0} f(x) \neq \infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg^2 x}{\sqrt{2-\sqrt{1+\cos x}}}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & \text{если } x < -1 \\ \ln(1+x), & \text{если } -1 < x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. На окружности дана точка А. Провести хорду ВС параллельно касательной в точке А так, чтобы площадь треугольника АВС была наибольшей.
5. Найти $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$.
6. Найти площадь, ограниченную петлей линии $x = 2t - t^2$, $y = 2t^2 - 3$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^{n+2}} \left(\frac{x}{x+1}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n\sqrt{n+x}}$ на множестве $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элементов a или b .
10. Вычислить определитель матрицы, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$.
11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
12. "Оператором сдвига" называется отображение $S : R^4 \rightarrow R^4$, определенное по правилу $S(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, x_1, x_2, x_3)$. Доказать, что S - линейное отображение. Найти его матрицу относительно стандартного базиса в R^4 .

Вариант 2 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq -\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{\sqrt{2-\sqrt{1+\cos x}}}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & \text{если } x \leq -1 \\ tg \frac{\pi x}{2}, & \text{если } |x| < 1 \\ e^{-x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Среди всех конусов, описанных около данного шара найти конус наименьшего объема.
5. Найти $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.
6. Найти площадь, ограниченную петлей линии $x = t^2 - 4$, $y = t^3 - 4t$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^{n+2}} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x)^n}{n\sqrt[3]{n+x}}$ на множестве $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элемента a , но содержат элемент b .
10. Вычислить определитель матрицы A , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 11 \\ 7 & 13 & 20 & 26 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$.
11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
12. Найти какое-нибудь одномерное инвариантное подпространство, для линейного оператора f , действующего на R^3 , матрица которого в некотором базисе есть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 3 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq +\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{\sin x - x}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x}, & \text{если } x \leq -2 \\ tg \frac{\pi x}{4}, & \text{если } |x| < 2 \\ e^{x-1}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .
5. Вычислить $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченную кривыми $x^2 = 4y$, $y^2 = 4x$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n-1} \left(\frac{2-x}{x}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2nx}{\sqrt[3]{n^4+x^2}}$ на всей числовой оси.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элемента a , но содержат элементы b, c .
10. Решить систему уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 &= 0 \end{aligned}$$

11. Найти собственные значения и собственные вектора над \mathbb{R} или \mathbb{C} оператора, матрица которого в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

12. Найти инвариантное подпространство размерности 1 относительно действия оператора $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, матрица которого в некотором базисе есть $\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$

Вариант 1 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow -0} f(x) \neq \infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tg^2 x}{\sqrt{2-\sqrt{1+\cos x}}}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & \text{если } x < -1 \\ \ln(1+x), & \text{если } -1 < x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. На окружности дана точка A . Провести хорду BC параллельно касательной в точке A так, чтобы площадь треугольника ABC была наибольшей.
5. Найти $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x+1}} dx$.
6. Найти площадь, ограниченную петлей линии $x = 2t - t^2$, $y = 2t^2 - 3$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^{n+2}} \left(\frac{x}{x+1}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^n}{n\sqrt{n+x}}$ на множестве $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элементов a или b .

10. Вычислить определитель матрицы, если $= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$.

11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

12. "Оператором сдвига" называется отображение $S: R^4 \rightarrow R^4$, определенное по правилу $S(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, x_1, x_2, x_3)$. Доказать, что S - линейное отображение. Найти его матрицу относительно стандартного базиса в R^4 .

Вариант 2 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq -\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{\sqrt{2 - \sqrt{1 + \cos x}}}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & \text{если } x \leq -1 \\ tg \frac{\pi x}{2}, & \text{если } |x| < 1 \\ e^{-x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Среди всех конусов, описанных около данного шара найти конус наименьшего объема.
5. Найти $\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.
6. Найти площадь, ограниченную петлей линии $x = t^2 - 4$, $y = t^3 - 4t$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^{n+2}} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x)^n}{n \sqrt[n]{n+x}}$ на множестве $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элемента a , но содержат элемент b .
10. Вычислить определитель матрицы A , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 8 & 11 \\ 7 & 13 & 20 & 26 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$.
11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
12. Найти какое-нибудь одномерное инвариантное подпространство, для линейного оператора f , действующего на R^3 , матрица которого в некотором базисе есть $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 3 2 КУРС ПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) \neq +\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{\sin x - x}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x}, & \text{если } x \leq -2 \\ tg \frac{\pi x}{4}, & \text{если } |x| < 2 \\ e^{x-1}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .
5. Вычислить $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $x^2 = 4y$, $y^2 = 4x$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n-1} \left(\frac{2-x}{x}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2nx}{\sqrt[n^4+x^2]}$ на всей числовой оси.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества, которые не содержат элемента a , но содержат элементы b, c .
10. Решить систему уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 10x_4 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 + 10x_3 + 20x_4 &= 0 \end{aligned}$$
11. Найти собственные значения и собственные вектора над \mathbb{R} или \mathbb{C} оператора, матрица которого в некотором базисе имеет вид $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
12. Найти инвариантное подпространство размерности 1 относительно действия оператора $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, матрица которого в некотором базисе есть $\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$.

Вариант 1 2 курс МПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) \neq +\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{tgx - x}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & \text{если } x \leq -1 \\ tg \frac{\pi x}{2}, & \text{если } |x| < 1 \\ e^{-\frac{2}{x}}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .
5. Вычислить $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$.
6. Найти площадь, ограниченную линией $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2nx}{\sqrt[3]{n^4+x^2}}$ на всей числовой оси.
9. Найдите множества A и B , если $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ а $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
10. Найти все первообразные корней степени 8 из 1.
11. Можно ли привести к диагональному виду путем перехода к новому базису над полем C матрицу линейного оператора, матрица которого в некотором базисе имеет вид

$$\begin{pmatrix} 4 & 7 & -5 \\ -4 & 5 & 0 \\ 1 & 9 & -4 \end{pmatrix}.$$

12. Дано уравнение гиперболы $x^2 - y^2 = 2$. Найти уравнение эллипса, фокусы которого находятся в фокусах данной гиперболы, если известно, что он проходит через точку $M_0(2; 3)$.

Вариант 2 2 курс МПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \neq 0$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2(\sqrt{x^4 + 2x^2 + 1} - \sqrt{x^4 + 2x^2 - 1})$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} (|x| - 1)^2, & \text{если } x \leq -1 \\ \ln(|x| - 1), & \text{если } |x| > 1 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R .
5. Вычислить $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx$.
6. Найти площадь, ограниченную линией $(x^2 + y^2)^3 = 4a^2xy(x^2 - y^2)$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1}\right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(3n+1)3^n}$ на множестве $-1 \leq x \leq 3$.
9. Нарисовать на комплексной плоскости геометрическое место точек z , которые удовлетворяют условию $\arg(z(i+1)) = 0$.

10. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} a_1 & x & x & \dots & x \\ x & a_2 & x & \dots & x \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ x & x & x & \dots & a_n \end{pmatrix}$.

11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей
12. Действительная полуось гиперболы $= 4$, эксцентриситет $\varepsilon = 1,25$. Составить каноническое уравнение этой гиперболы.

Вариант 3 2 курс МПМ

1. Сформулировать в логических символах утверждение $\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = -\infty$.
2. Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+4}{x^2-4} \right)^{x^2+1}$.
3. Исследовать на непрерывность функцию $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & \text{если } x < -1 \\ \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right), & \text{если } |x| \leq 1 \\ (x-1)^2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$ и определить род ее точек разрыва.
4. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в конус радиуса R и высоты H .
5. Вычислить $\int \frac{\ln \sin x}{\sin^2 x} dx$.
6. Найти площадь, ограниченную петлей линии $x = 3t^2, y = 3t - t^2$.
7. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+4} \left(\frac{x+2}{2x+1} \right)^n$.
8. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 nx}{\sqrt{n^3+x^4}} \cdot (x+2)^n$ на множестве $-3 \leq x \leq -1$.
9. Пусть порядок множества $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ равен 8. Найти число всех подмножеств множества X , которые не содержат элементов a и b .
10. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 31 & 23 & 55 & 42 \end{pmatrix}$.
11. Найти собственные числа и все собственные векторы, соответствующие каждому собственному значению линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
12. "Оператором сдвига" называется отображение $S : R^4 \rightarrow R^4$, определенное по правилу $(x_1, x_2, x_3, x_4) \rightarrow (0, x_1, x_2, x_3)$. Доказать, что S - линейное отображение. Найти его матрицу относительно стандартного базиса в R^4 .

Вариант 1 2 курс Мех

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos(\frac{\pi}{3}-x)}{1-2\cos x}$.
2. Вычислить $\int \frac{dx}{3+\cos x}$.
3. Вычислить приближенно с точностью 0,05 $\ln 1,15$.
4. При каком значении a функция $y = \begin{cases} \frac{\ln(1+x)-1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0, \end{cases}$ будет непрерывной.
5. Исследовать на экстремум функцию $u(x, y) = 108 \ln x - xy^2 + \frac{1}{3}y^3$.
6. Найдите объём тела, ограниченного поверхностями $\frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1, \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1$.
7. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривыми $x = 4y, y = 4x, 3x = 6 - y, x = 6 - 2y$.
8. Решить задачу Коши $\dot{x} = \sqrt[4]{x+1}, x(0) = 0$.
9. Найти два множества A, B таких, что $A \cap B = \{1, 2, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
10. Найти все первообразные корни степени 7 из 1.
11. Вычислить определитель матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
12. Найти собственные значения линейного оператора с матрицей $\begin{pmatrix} -6 & 12 & -4 \\ -6 & 11 & -3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 1 Курс 3 МПМ

1. Дифференцируема ли в точке 0 функция $f(x) = \begin{cases} \sin(x^2 \sin \frac{x}{2}), & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x - \arcsin 2x}{x^3}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$.
4. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = x^2 + y^2$ и плоскостями $z = 0, y = 1, y = 2x$ и $y = 6 - x$.
5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot 3^{n+1}}{n^2+4} \cdot (x+1)^n$.
6. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^2 \cos^2 nx}{\sqrt{n^3+x^4}}$ на множестве $-3 \leq x \leq -1$.
7. Восстановить функцию по данному полному дифференциалу $du = \frac{(x+2y)dx + ydy}{(x+y)^2}$.
8. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{(x^2+1)(x^2+9)} dx$.
9. Решить задачу Коши $\ddot{x} + \dot{x} = 2x \cos^2 x, x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, \ddot{x}(0) = 0$.
10. Найти тригонометрическую форму комплексного числа $z = -\cos \alpha - i \sin(-\alpha)$
11. Решить систему уравнений $\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \end{cases}$
12. Найти собственные значения и собственные векторы оператора дифференцирования в пространстве многочленов, степени не большей двух с естественными коэффициентами, в базисе $1, x, x^2$.
13. Составить уравнение плоскости, параллельной оси Оу и проходящей через линию пересечения плоскостей $5x - y + 2 = 0$ и $x + 2z = 3$.

Вариант 2 3 курс МПМ

1. Дифференцируема ли в точке 0 функция $f(x) = \begin{cases} \ln(1 + \arctg x), & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1 - x^2}{\sin^6 2x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - xy + y^2$ на множестве $|x| + |y| \leq 1$.
4. Вычислить объем тела, ограниченного цилиндром $2z = x^2$ и плоскостями $y = 0, z = 0, 3x + 2y = 12$.
5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^{n+1}} \cdot (x+2)^n$.
6. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \arctg 2n^2 x}{\sqrt[3]{n^7+n+x}}$ на множестве $0 \leq x < +\infty$.
7. Восстановить функцию по данному полному дифференциалу $du = \left(\frac{1}{y} - \frac{y}{x^2}\right) dx + \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{y^2}\right) dy$.
8. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+4)^2}$.
9. Решить задачу Коши $\ddot{x} + \dot{x} = 4 \cos^4 x, x(0) = 1, \dot{x}(0) = 0, \ddot{x}(0) = 0$.
10. Найти тригонометрическую форму комплексного числа $z = -\cos \alpha + i \sin(-\alpha)$.
11. Дать определение базиса векторного пространства над полем К и привести пример базиса пространства R^3 , отличного от стандартного.
12. Найти обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$.
13. Составить уравнение плоскости, параллельной оси Ох и проходящей через линию пересечения плоскостей $x - 5y + 1 = 0$ и $x + 2z = 1$.

Вариант 1 3 курс ПМ

1. Дифференцируема ли в точке 0 функция $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{ctg} x - 1}{x^2}$.
3. Исследовать на экстремум функцию $z = xy + \frac{50}{x} + \frac{20}{y}$ при $x > 0, y > 0$.
4. Вычислить объем тела, ограниченного цилиндром $z = 9 - y^2$, координатными плоскостями и плоскостью $3x + 4y = 12 (y \geq 0)$.
5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{n(n+1)} \cdot (x+1)^n$.
6. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(3n+1)3^n}$ на множестве $-1 \leq x \leq 3$.
7. Восстановить функцию по данному полному дифференциалу $du = (2x \cos y - y^2 \sin x)dx + (2y \cos x - x^2 \sin y)dy$.
8. Вычислить $\int_0^{+\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)^2} dx$.
9. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $\sin^4 x$.
10. Вычислить сумму биномиальных коэффициентов $C_{2n}^0 - C_{2n}^2 + C_{2n}^4 - C_{2n}^6 + \dots + (-1)^n C_{2n}^{2n}$.
11. Даны векторы $e_1 = (1; 2; -1); e_2 = (-1; 0; 1); e_3 = (1; 1; 1)$. Образует ли данная система векторов базис векторного пространства R^3 ?
12. Решить систему линейных уравнений
$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 8 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 1 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$
12. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $\sin^4 x$.
13. Диагонализуема ли матрица линейного оператора, действующего на R^3 , и имеющего в некотором базисе вид:
$$\begin{pmatrix} 6 & -5 & -3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$
.

Вариант 2 3 курс ПМ

1. Дифференцируема ли в точке 0 функция $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln \cos x}{x}, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0. \end{cases}$
2. Найти $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x+1)-2(e^x-1)}{x^2}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$ при $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.
4. Вычислить объем тела, ограниченного параболоидом $z = x^2 + y^2$, цилиндром $y = x^2$ и плоскостями $y = 1, z = 0$.
5. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n \cdot 10^{n-1}} \cdot (x-2)^n$.
6. Доказать равномерную сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1+n^5 x^2}$ на всей числовой оси.
7. Восстановить функцию по данному полному дифференциалу $du = 4(x^2 - y^2)(x dx - y dy)$.
8. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+1)^2(x^2+4)} dx$.
9. Составить линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами, частным решением которого является функция $x \sin^2 x$.
10. Вычислить сумму биномиальных коэффициентов $C_{2n}^1 - C_{2n}^3 + C_{2n}^5 - C_{2n}^7 + \dots + (-1)^{n+1} C_{2n}^{2n-1}$.
11. Даны векторы $e_1 = (1; 3; 1); e_2 = (1; 0; 1); e_3 = (1; 1; -1)$. Образует ли данная система векторов базис векторного пространства R^3 ?
12. Решить систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$
13. Диагонализуема ли матрица линейного оператора, действующего на R^3 , и в некотором базисе имеет вид:
$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$
.